

## MATEMÁTICA Y CULTURA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA

**Carles Lladó**

### 1. INTRODUCCIÓN

**N**uestro grupo de trabajo tiene como tarea la de reflexionar y debatir las «relaciones de las matemáticas con las otras materias del curriculum escolar». La finalidad de esta reflexión y debate debería ser la de formular algunas hipótesis y/o elaborar algunas propuestas que pudieran tener consecuencias no solamente para la enseñanza de las matemáticas, sino para la mejora de la *formación cultural* de base de toda las personas que cursen la enseñanza secundaria obligatoria.

Según como, parece que estas dos nociones («las matemáticas» y las «otras materias escolares») hagan referencia a «entidades» separadas pero transparentes en sí mismas, y entre las cuales se considera de interés hallar ciertas relaciones. Con frecuencia, este interés es un fenómeno didáctico que nace en el interior del sistema educativo ante la opinión, por parte de los enseñantes, de que para muchos adolescentes el estudio de las matemáticas les supone un esfuerzo personal difícil de aceptar, falto de perspectivas y sin ninguna repercusión para la formación de su propia personalidad.

La dificultad para analizar este fenómeno lleva a muchos enseñantes a analizarlo en términos de «falta de motivación» por parte de los alumnos, es decir, en términos de un «déficit». A partir de aquí, las propuestas didácticas que se elaboran pretenden cubrir este déficit; muchas de ellas parten de la hipótesis de que esta «falta de motivación» puede superarse con una enseñanza de las matemáticas «relacionadas» con otras disciplinas escolares, pensando que de esta manera aparecerá con mayor claridad el aspecto funcional de las mismas.

Pero la experiencia pone de manifiesto que estas propuestas no siempre dan respuesta al problema que supone para muchos adolescentes el estudio de las

matemáticas. Quizás en lugar de buscar relaciones entre «las matemáticas» y «las otras materias escolares», relaciones que pueden acabar siendo forzadas o artificiales, los enseñantes de matemáticas deberíamos poner en cuestión la propia concepción de nuestra disciplina y trabajar para ampliarla y/o modificarla: solo desde un punto de vista más amplio que englobe aspectos comunes a «las matemáticas» y a las «otras disciplinas escolares» será posible establecer relaciones que tengan incidencia no sólo en la resolución de problemas específicos de la enseñanza de unas o de otras, sino también, y sobretodo, en la formación cultural de base de las personas.

### 2. LAS MATEMÁTICAS COMO ACTIVIDAD HUMANA

Desde un punto de vista antropológico (Chevallard, Bosch, Gascón; 1997), en lugar de hablar de «las matemáticas» (que como sustantivo nos remite a alguna «cosa» que está ahí) es más adecuado referirse a la «actividad matemática», una actividad que como tal comparte las características de cualquier actividad humana. De estas características, podríamos señalar cuatro como principales:

- a) Es una actividad que tienen una *finalidad*: la de resolver cuestiones, problemas y campos de problemas, generados por ciertas necesidades históricamente determinadas: entre los problemas que han dado lugar a una actividad matemática importante podríamos citar, por ejemplo, el de la medida del tiempo, el de la orientación local y el de la orientación global sobre la esfera terrestre, los tres relacionados entre sí y vinculados estrechamente a las necesidades de organización social y económica comunes a todas las sociedades (Lladó; 1997).

- b) Es una actividad que tiene un *aspecto polifónico*, es decir, que como sucede en cualquier otra actividad humana, no se puede considerar a una persona aislada haciendo matemáticas; cuando una persona realiza una actividad matemática, explícitamente o implícitamente, tiene presente a los demás.
- c) El resultado de esta actividad podemos considerar que son modelos de sistemas complejos que se han identificado y separado del fondo de la experiencia humana (el proceso que se sigue hasta llegar a estos modelos puede designarse como *modelización matemática*); los modelos elaborados no son una copia o una reproducción de ciertas partes de la realidad, sino que, como representaciones abstractas de ella, toman entidad propia y se suman a estas partes de la realidad; esto explica porque los modelos históricamente elaborados pueden acabar siendo sistemas generadores de nuevos problemas que lleven, para su resolución, a la elaboración de nuevos modelos.
- d) Como toda actividad humana, la actividad matemática necesita de elementos mediadores, de *instrumentos semióticos* que, en función de nuestro análisis, podríamos considerar que se sitúan «entre» una persona y otra, «entre» una persona y su entorno (el fondo de la experiencia humana) o «entre» el colectivo de personas y su entorno compartido.

## 2.1. Matemáticas y tecnología

En el marco de nuestro grupo de trabajo, esta caracterización de la «actividad matemática» nos permite reflexionar sobre las relaciones de «las matemáticas» con las «otras disciplinas escolares» desde un cierto punto de vista: a partir de las características comunes que como actividad comparte con otras actividades humanas.

Así, por ejemplo, el hecho de ser la actividad matemática una actividad dirigida a la resolución de problemas que la humanidad a lo largo de su historia siempre ha tenido y sigue teniendo planteados, nos acerca necesariamente a materias de estudio como la tecnología y las ciencias naturales.

Frente a sus necesidades elementales para sobrevivir, sabemos que el ser humano lleva a cabo ciertas actividades para satisfacerlas. Cuando estas actividades se realizan directamente, aprovechando los medios disponibles, se produce lo que podemos llamar adaptación al medio. Cuando no es posible satisfacer de ese modo una necesidad elemental, entra en juego un nuevo tipo

de actividad consiente en construir lo que espontáneamente no se encuentra; se produce, entonces, la adaptación del medio (Álvarez, Martínez, Méndez; 1993).

Tanto la adaptación al medio como la adaptación del medio se realiza a través de un tipo de actividad que podemos denominar «actividad tecnológica». Desde este punto de vista, las tecnologías a las cuales esta actividad ha dado lugar podrían agruparse, de manera sintética y con fines analíticos, en cuatro grupos:

- a) Las *tecnologías artefactuales*, esto es, aquellas tecnologías cuya dimensión objetual proporciona una unidad identificable, integrada por componentes materiales que, además, ocupan un espacio y que gozan de cierta independencia de los agentes humanos para desarrollar su actividad.
- b) Las *tecnologías organizativas*, que no podemos identificar con ningún objeto, que no son tangibles, sino que son, más bien, técnicas de secuenciación de los gestos, de la fuerza y de las habilidades, que se centran en el tiempo metrizado y establecen reglas de acción para agentes humanos, y que están integradas por componentes humanos. Entre estas tecnologías cabría considerar, por ejemplo, a las materializadas en las instituciones (entre ellas, la propia institución escolar) o en el urbanismo. Son tecnologías que proporcionan, junto con las artefactuales, los medios materiales precisos para el proceso de intercambio que tiene lugar entre los seres humanos y el mundo material.
- c) Las *tecnologías simbólicas*: éstas se identifican con signos, símbolos, rituales, representaciones geométricas y topográficas, etc. Son técnicas de representación y de construcción. Reproducen un estado de cosas, substituyendo los componentes reales por signos; o bien, a partir de éstos, construyen posibles estados de cosas o describen propiedades y relaciones entre las propias construcciones sígnicas. Con éste nombre podemos identificar a aquellas prácticas predominantemente simbólicas, como pueden ser: el derecho y la jurisprudencia, las geometrias y las aritméticas, la moneda, la estadística, la cartografía, el cine, etc.. Entre estas tecnologías cabría considerar también los lenguajes: el propio lenguaje natural y otros lenguajes, algunos de ellos de gran importancia para la actividad matemática, como el lenguaje gráfico y el lenguaje algebraico. Éstas tecnologías, junto a las tecnologías organizativas mencionadas, brindan la oportunidad para enfocar los problemas de organización de la sociedad y reproducir modelos y rutinas sociales, es decir, aquellas estructuras que podríamos denomi-

nar «estructuras sociales petrificadas» (Keitel; 1997), algunas de las cuales pueden llegar incluso ser formalizadas.

- d) Las *biotecnologías*, tecnologías cuya componente principal incide sobre la vida biológica, seleccionando o creando primero un producto y, después, manteniéndolo en las condiciones necesarias para que puede seguir existiendo o ser consumido, protegiéndolo del resto del mundo natural; es decir, aquellas tecnologías que, en algunos casos con la ayuda de tecnologías artefactuales, tratan de manipular parcelas de lo vivo modificando o no (y en este último caso, potenciando) su estado primigenio.

En el desarrollo de los tres primeros tipos de tecnologías la actividad matemática ha tenido un papel relevante gracias al carácter de «*instrumento de conocimiento*» (Douady, 1986) que tienen los conceptos que dicha actividad ha elaborado a lo largo de su historia. Aquí sólo podemos señalar algunas breves referencias:

- a) La importancia de la modelización geométrica en la construcción de artefactos que, como tales, se materializan en el espacio tridimensional. En éste sentido cabría recordar la gran cantidad de «*máquinas matemáticas*» que a lo largo de la historia han servido de puente entre la actividad matemática y la tecnología artefactual: pensemos, sólo como ejemplo, en la máquina de Descartes para la fabricación de lentes (Bartolini Bussi, M<sup>a</sup> G., 1992).
- b) La importancia de la modelización de la medida del tiempo, magnitud que debe ser necesariamente metrizada para la organización de actividades cooperativas entre los seres humanos (un problema al cual ya hemos hecho referencia, y que ha dado lugar a una tecnología simbólica fundamental: el calendario). La actividad matemática entorno de esta modelización ha generado una gran cantidad de conocimientos matemáticos y del medio (por ejemplo: los conocimientos que hoy día englobamos en lo que llamamos trigonometría, y los conocimientos sobre el movimiento de los astros), los cuales a su vez han generado tecnologías para resolver los problemas derivados de la necesidad de orientarse localmente o sobre la superficie de la Tierra (instrumentos como cuadrantes, astrolabios, sextantes, o tablas astronómicas). La actividad matemática ha desarrollado, también, modelos normativos sobre los que se basan tecnologías organizativas importantes como, por ejemplo, la fiscalidad, que regulan las relaciones entre las personas consideradas como individuos y las instituciones.

- c) La importancia de la actividad matemática en el interior de las tecnologías simbólicas es quizás más evidente: pensemos en las técnicas de representación a escala, en la cartografía (con todos los problemas que comporta representar sobre una superficie plana la superficie esférica terrestre); en los modelos algebraicos de fenómenos dinámicos que permiten predecir posibles estados a partir de ciertas condiciones iniciales; y en los sistemas de codificación numéricos, en particular el sistema de codificación binario que permite la digitalización de la información, un tratamiento que tienen grandes repercusiones en la mejora del diseño y construcción de objetos propios, hasta hace poco, de la tecnología artefactual (coches, comunicaciones, etc.).

## 2.2. Matemáticas y ciencias naturales

Por otro lado, en Occidente, el desarrollo tecnológico se ha producido al mismo tiempo y en interrelación dialéctica con el desarrollo del conocimiento científico, un conocimiento que, a diferencia de otras culturas, ha tenido también como objetivo el dominio de la «naturaleza», del medio natural; dando así respuesta a la necesidad humana de «comprender», de «disponer de una imagen racional de la naturaleza», para poder predecir, controlar y organizar las relaciones de las personas, organizadas colectivamente, con el medio natural.

La historia de las ciencias nos pone de manifiesto la gran importancia que la actividad matemática ha desempeñado, en particular a partir del siglo XVI, en el desarrollo de éste conocimiento científico. Desde este punto de vista, la actividad matemática no puede desligarse de la actividad científica: la primera aporta instrumentos de conocimiento, técnicas, modelos, etc., que permiten desarrollar la segunda, participando ambas de un mismo objetivo.

## 2.3. Matemáticas y ciencias sociales

Sin embargo, el desarrollo científico-técnico y las ideologías que lo han justificado pueden dar pie a pensar que nuestra cultura occidental se fundamenta en la fabricación y utilización de herramientas, y que este ha sido y todavía es el factor determinante y esencial de su evolución (Mumford ha denominado a esta concepción «el mito de la máquina»). Pero este punto de vista distorsiona la realidad, puesto que deja en un segundo plano, marginando su importancia, a las técnicas simbólicas, a las técnicas organizativas y a las biotecnologías que hemos mencionado; es decir, a todo lo relacionado con utensilios poco duraderos, como los fabricados con

materiales orgánicos, y las técnicas que se pueden realizar con los órganos y facultades humanas o gracias a la cooperación. Sin embargo, las técnicas que no dejan huellas materiales pero que están presentes en todas las culturas, como los ritos, el lenguaje, las dietas o la organización social son, con toda probabilidad, los más importantes «artefactos» del hombre desde su más lejana aparición hasta hoy.

Por otro lado, la interrelación entre las ciencias naturales y las matemáticas que se ha dado en Occidente también debe ser analizada críticamente: la modelización matemática de fenómenos naturales y sociales, por su propia naturaleza valoriza un particular «modo de mirar» el mundo (aquel que se basa en el estudio de las relaciones cuantitativas entre magnitudes medibles) y tiende a enfatizar algunos aspectos de dichos fenómenos frente a otros aspectos no matematizables o no matematizados todavía. Se trata por lo tanto de una relación que no es neutra respecto a los sistemas de valores que existen en la sociedad.

Estas observaciones críticas nos llevan a recordar otra de las características de la actividad matemática: su carácter social y polifónico. Dicha característica nos obliga a no perder de vista el hecho que, como actividad social, se realiza en unas determinadas condiciones históricas y culturales. Como consecuencia de ello la actividad matemática se configura y viene condicionada por fuerzas externas a ella. Las cuestiones claves son hacia donde vamos, qué cuenta como investigación, qué se considera un resultado importante. Éste hecho nos acerca, pues, a materias de estudio como las ciencias sociales y la filosofía, un objetivo de las cuales es poner en relación, mediante el análisis histórico, la relación entre el conocimiento científico y las tecnologías adoptadas con las tensiones sociales, culturales y económicas existentes en cada momento histórico.

#### 2.4. Matemáticas y lenguaje

Una última consideración desde el mismo punto de vista nos permitirá aproximarnos a «otras materias escolares». Los seres humanos en cada momento y situación pueden utilizar tecnologías alternativas, gracias a su capacidad para elaborar nuevas técnicas, desarrollarlas y transmitirlos. Este último proceso, fundamental para consolidar y expandir los dos primeros, sólo es posible porque entre las técnicas producidas por el ser humano se encuentran numerosas formas de comunicación, entre las que destaca, sobre todo, el lenguaje (como ya hemos señalado anteriormente).

Este hecho nos acerca, pues, al estudio del lenguaje y, en consecuencia, a las materias escolares que tienen

como objetivo principal el estudio de la lengua. Si, como hemos señalado en la cuarta característica de la actividad matemática, ésta está, como cualquier otra actividad humana, mediatizada por el lenguaje, también es cierto que la propia actividad matemática ha generado formas de lenguaje apropiadas tanto para llevar a cabo el proceso de modelización que le caracteriza como para comunicar sus resultados y facilitar su transmisión. En particular, se debe señalar la importancia del lenguaje escrito como soporte ostensible del pensamiento matemático, y que como tal permite reconstruir a éste una y otra vez para ser analizado, criticado, validado, etc. ya sea individual o colectivamente.

En definitiva, pensamos que el análisis de las matemáticas desde un punto de vista antropológico, que considera éstas como resultado de la «actividad matemática», permite aproximarse a las «otras materias escolares» (como pueden ser la tecnología, las ciencias naturales, las ciencias sociales y la lengua) desde un punto de vista que comparte con ellas un substrato común: la de ser actividades específicas encaminadas a encontrar soluciones a problemas que la humanidad ha debido resolver; y que por ser problemas inherentes a la condición humana, continúan estando planteados, y para los cuales es necesario hallar nuevas y actualizadas soluciones.

### 3. MATEMÁTICAS Y CULTURA

El punto de vista que hemos expuesto, no sólo permite aproximarse a las «otras materias escolares» sino que justifica y demanda que los enseñantes de matemáticas establezcan relaciones con los enseñantes de las otras disciplinas.

Sin embargo, a los enseñantes de matemáticas nos obliga a modificar algunos aspectos de su didáctica: la didáctica de las matemáticas, es decir, las prácticas sociales que tienen que ver con su estudio, debe plantearse, en coherencia con todo lo expuesto hasta aquí, desde una óptica cultural.

Para ilustrar el significado de esta óptica cultural, puede ser útil retomar la metáfora de Michael Oakeshott (citada en Richards, 1991):

«Como miembros de la civilización humana, somos los herederos, no de una pregunta sobre nosotros mismos y el mundo, ni de un cuerpo acumulador de información, sino de una conversación, iniciada en el bosque primitivo y extendida y convertida cada vez más en algo articulado a lo largo de los siglos. Es una conversación que

continúa en público y en el interior de cada uno de nosotros. La educación, estrictamente hablando, es una iniciación a la habilidad y a la participación en esta conversación, en la que nosotros aprendemos a reconocer las voces, a distinguir las formas correctas de expresión, ya través de la cual adquirimos los hábitos intelectuales y morales apropiados a la conversación. Y es esta conversación la que, finalmente, da paso y carácter a toda actividad humana y a toda expresión.»

De acuerdo con la idea expresada en esta cita, podemos entender que la educación matemática forma parte del proceso de iniciación de los adolescentes a la participación en la «conversación» que nos caracteriza como civilización. El proceso de estudio de las matemáticas que se realiza en los institutos, desde una concepción de las matemáticas que ve a estas como resultado de ciertas actividades específicas desarrolladas por las personas (y por tanto como un fenómeno cultural), y desde una concepción sociohistórica del conocimiento y del aprendizaje, debe entenderse como un proceso de *enculturación* (Bishop; 1988); un proceso el núcleo del cual deben ser las actividades realizadas por los propios adolescentes en el marco social del instituto; actividades expresamente diseñadas por los enseñantes para favorecer el estudio y el aprendizaje de los contenidos matemáticos por parte de aquellos y sobre la base de su propia racionalidad cotidiana.

Esta manera de entender la enseñanza de las matemáticas debe concretarse en propuestas didácticas (y el punto de vista que hemos expuesto en el apartado anterior proporciona pautas para elaborarlas) encaminadas a hallar un equilibrio entre las *necesidades actuales de formación* de todos los adolescentes y la *necesidad social* de inserir a estos en una cultura históricamente condicionada; asegurando la continuidad de las nuevas generaciones con el patrimonio cultural de la humanidad y evitando la ruptura de los lazos de los adolescentes con las raíces de nuestra cultura; una ruptura que acabaría haciendo imposible la «conversación» de la cual habla Oakeshott.

Sólo teniendo presente este motivo central de la educación matemática en el instituto, será también posible dar a los adolescentes una visión de la matemática como actividad humana que responde a la necesidad de resolver ciertos tipos de problemas, es decir, como una actividad que tienen una finalidad determinada; problemas que, históricamente, han estado siempre presentes en el origen de los conceptos y procedimientos matemáticos. Con esta visión sociohistórica de la matemática es posible dar también respuesta a la *necesidad cultural* que los adolescentes den sentido a muchos de los contenidos matemáticos que se enseñan (como objetos de

conocimiento), siendo conscientes de su carácter de instrumentos (instrumentos de conocimiento) (Lladó; 1997).

Por otro lado, desde de esta concepción de las matemáticas se puede responder a las *necesidades individuales* profundas que tienen los adolescentes de «remontarse a los orígenes», de identificarse con unos orígenes familiares, sociales y culturales concretos; orígenes que les han de dar un marco de referencia absolutamente necesario para desarrollarse como personas adultas, asumiendo la historicidad de la «conversación» en la cual, como tales, han de participar inevitablemente.

#### 4. PROBLEMAS DIDÁCTICOS

Para finalizar, puede ser oportuno señalar algunos problemas didácticos que se derivan del punto de vista adoptado. Este punto de vista, al considerar la matemática como resultado de una actividad humana con las características descritas en el segundo apartado, permite definir algunos problemas y plantear algunas cuestiones a tener en cuenta en el momento de elaborar un modelo de enseñanza y aprendizaje de la matemática en la enseñanza secundaria obligatoria, y desde del cual pretendemos establecer «relaciones», desde la óptica descrita, con las «otras materias de estudio».

1. El problema general de la enseñanza de las matemáticas pasa a ser el de la enseñanza de la actividad matemática: la institución escolar, el instituto, ha de enseñar qué es y cómo se lleva a cabo la actividad matemática, poniendo a punto los recursos necesarios para que los adolescentes puedan apropiarse del significado cultural de ésta actividad y de los instrumentos adecuados para llevarla a cabo.

Un aspecto de este problema es el derivado del hecho que no se puede separar de manera permanente la enseñanza de la actividad de la enseñanza del uso del instrumento o instrumentos para llevarla a cabo: en consecuencia, desde una perspectiva que contemple el período, relativamente largo, de los cuatro años de la enseñanza secundaria obligatoria, es absolutamente necesario plantearse el problema de cómo organizar los distintos momentos del estudio de las matemáticas (en particular, podríamos citar, dos momentos extremos: el momento de aproximación a una situación problemática fuertemente contextualizada, y el momento del trabajo del lenguaje algebraico, por ejemplo).

2. El carácter social y polifónico de la actividad matemática, citado en el segundo apartado, lleva a la

necesidad de plantear hipótesis de cómo gestionar la actividad de un grupo de adolescentes, del tipo de situaciones problemáticas que el enseñante debe o puede plantear y el tipo de contrato que de manera coherente con las características de la actividad matemática quiere establecer y las formas más adecuadas para establecerlo; también lleva a la necesidad de plantear hipótesis de cómo gestionar, por parte del enseñante, las diversas «voces» (las «voces» de la historia o las voces de las personas que participan en la actividad), así como los «ecos» que estas «voces», tanto de unas como de otras, encuentran en el interior del grupo de personas; en particular, y entre otras, es necesario plantear hipótesis de cuáles son las «voces» que, en relación al instrumento algebraico y a su utilización en la modelización matemática, nos llegan de la historia.

3. Los problemas derivados de la actividad de modelización matemática. En general se debe plantear el problema de la modelización de sistemas no matemáticos (sistemas físicos, biológicos, económicos) y de sistemas matemáticos, analizando sus semejanzas y sus diferencias con la finalidad de interpretar y explicar ciertos fenómenos didácticos que se «observan» en la enseñanza secundaria obligatoria.

Así, por ejemplo, dentro de la modelización de sistemas no matemáticos, debería analizarse cómo el instrumento algebraico permite la modelización de las relaciones entre variables cuantitativas que modelizan a su vez ciertas magnitudes, planteando hipótesis sobre hasta qué punto el trabajo con magnitudes puede verse enmascarado por un trabajo reducido al interior del campo numérico, convirtiéndose éste así en un obstáculo del primero.

Y por lo que se refiere a la modelización de sistemas matemáticos debería analizarse como el instrumento algebraico permite la modelización de la aritmética (lo cual supone estrategias de generalización, la generación de hipótesis y su argumentación, etc.).

4. En relación a los instrumentos semióticos haría falta analizar el papel del lenguaje algebraico frente a los

otros tipos de lenguaje (el lenguaje gestual, el natural, el gráfico); deberían plantearse hipótesis sobre la dialéctica entre sintaxis y semántica y de cómo la propia actividad de modelización permite asegurar un control del nivel en que se quiere trabajar; y sobre el tipo de transformaciones sintácticas que deben efectuarse en función de las finalidades de la modelización. En particular hace falta analizar los convenios culturalmente elaborados de utilización de estos lenguajes y hacer hipótesis de las características del contrato didáctico de utilización de estos lenguajes y plantear hipótesis de las características del contrato didáctico que hacen posible su apropiación por parte de un grupo de personas.

## 5. CONCLUSIONES

Con todo lo expuesto, hemos pretendido justificar la necesidad de establecer relaciones de las matemáticas con las otras materias de estudio a partir de una «forma de mirar» que contemple a unas y otras como resultado de actividades humanas específicas desarrolladas a lo largo de la historia y que, como tales, comparten características comunes.

En nuestra opinión, en unos momentos que aprendemos de nuevo a descubrir un marco de diversidad cultural y a convivir en él, el problema de la formación cultural de las nuevas generaciones de adolescentes debe resolverse, desde el punto de vista de la enseñanza de las matemáticas, no renunciando a la transmisión de los elementos de nuestra cultura matemática, científica y técnica; ni renunciando a proponerles experiencias significativas de matematización de los fenómenos naturales y sociales; sino potenciando junto a una enseñanza de la actividad matemática que tenga en cuenta éstos aspectos, una formación en el campo histórico, filosófico y antropológico; lo cual supone y justifica la necesidad de establecer relaciones, no con las «otras materias escolares», sino con los enseñantes de las otras materias de estudio, unas relaciones fundamentadas en esta cultura de base que nos es común y en la cual pensamos que ha de estar enraizada nuestro trabajo. Sabadell, 25 de mayo de 1997.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, A., Martínez, A., Méndez, R. (1993): *Tecnología en acción*. Rialp. Barcelona.
- Bartolini Bussi, M<sup>a</sup> G. (1992): *Machine matematiche e altri oggetti*. Nucleo di Ricerca in Storia e Didattica della Matematica. Università degli Studi di Modena. Modena.
- Bishop, A. J. (1988): *Mathematical Enculturation*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht (Países Bajos).
- Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997): *Estudiar matemáticas*. ICE-Horsori. Barcelona.
- Douady, R. (1986): «Jeux de cadre et dialectique outil-objet» en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, nº2, pp. 5-31. La Pensée Sauvage. Grenoble.
- Keitel, C. (1997): «Matemáticas y realidad en la clase» en *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, nº 12, pp. 49-66, abril 1997. Graó. Barcelona.
- Lladó, C. (1997): Una educación matemática enraizada en la historia de la cultura, *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, nº 12, pp. 37-47, abril 1997. Graó. Barcelona.
- Richards, J. (1991): «Mathematical discussions», en Glaserfeld, E. von (ed.): *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht (Países Bajos).