

## LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA (Y SU RELACIÓN CON LOS NUEVOS BACHILLERATOS)

**Gloria Serrano Sotelo**

**H**ablar de las Matemáticas en la enseñanza universitaria conlleva un grado de generalidad, tanto por la variedad de titulaciones con sus diferentes contenidos de Matemáticas, como por las peculiaridades de cada una de estas titulaciones en las diversas universidades, que hace difícil obtener conclusiones de alguna utilidad. Parece más conveniente centrar el debate en las relaciones que puede haber entre las Matemáticas que se imparten en la Educación Secundaria y las que pueden cursarse en los primeros ciclos, y aún mejor, en los primeros cursos, de las carreras universitarias.

Un instrumento adecuado para estudiar esta relación es la clasificación previa de las titulaciones universitarias de acuerdo con el tipo, intensidad y nivel de las Matemáticas que contienen.

Dejando a un lado las titulaciones propiamente matemáticas, como son las Licenciaturas en Matemáticas y Estadística y la Diplomatura en Estadística, que trataremos de modo específico al final, podemos considerar un:

- *Primer bloque*, caracterizado por un gran contenido de Matemáticas en los primeros cursos, y que son las *titulaciones de Física, Arquitectura, Arquitectura Técnica*, la mayor parte de las *Ingenierías Superiores* y la mayoría de las *Ingenierías Técnicas*.

En estas carreras suele haber el equivalente a *dos asignaturas anuales de 4/5 semanales (12 a 15 créditos cada una)*, una de *Álgebra Lineal y Geometría* y otra de *Análisis*. En algunas carreras y Universidades aparecen además otras asignaturas más cortas de Ecuaciones Diferenciales, de Cálculo numérico o de Estadística.

Un *programa tipo* de una asignatura de *Álgebra Lineal*

en este bloque de titulaciones puede ser el siguiente:

### ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA:

- Espacios vectoriales. Bases
- Matrices y aplicaciones lineales
- Diagonalización, vectores y valores propios
- Geometría afín
- Productos escalares y geometría euclídea
- Introducción a la teoría de tensores
- Formas cuadráticas. Cónicas y cuádricas
- Curvas y superficies del espacio

Un *programa tipo* de *Análisis* sería:

### ANÁLISIS MATEMÁTICO:

- Sucesiones y series
- Límites y continuidad de funciones de una y varias variables
- Derivabilidad. Fórmula de Taylor
- Cálculo integral. Cálculo de primitivas
- Integración de Riemann
- Series de funciones
- Integrales impropias
- Introducción a la integración en varias variables
- Integrales curvilíneas y de superficie
- Análisis vectorial: Gradiente, rotacional, divergencia

- Introducción a las ecuaciones diferenciales

Se observa que estas asignaturas son por una parte intensificación de las Matemáticas del Bachillerato y por otra los fundamentos para estudios posteriores, sea de Matemáticas, que de otras materias a las que sirven de modo instrumental.

A estas titulaciones *se accede desde* la opción *Científico-Técnica* del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y del Bachillerato Tecnológico, y en algunos casos, como Física, Ingeniería Industrial o Ingeniería Química, se puede acceder desde la opción de *Ciencias de la Salud* del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud.

Ambos bachilleratos, en su opción *Científico-Técnica*, son equivalentes desde el punto de vista de las Matemáticas, puesto que en ambos casos *se cursan obligatoriamente las asignaturas de Matemáticas I y Matemáticas II*. Dichas asignaturas incluyen los contenidos esenciales necesarios para afrontar las materias universitarias a que antes hemos hecho mención. En aquellas carreras del bloque que nos ocupa en las que aparecen materias de Estadística o de Cálculo numérico, éstas son también asequibles desde los bachilleratos y opciones citados.

Podemos decir en resumen, que en el caso de estas carreras, existe un ajuste razonable entre los conocimientos que los alumnos adquieren en los bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico (opción Científico-Técnica) y los necesarios para afrontar los estudios universitarios.

En el caso de *la opción de Ciencias de la Salud* del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, *la asignatura de Matemáticas II no es obligatoria*. Los contenidos de la asignatura *Matemáticas I* no son suficientes para afrontar algunas titulaciones de este bloque, como por ejemplo Físicas o Ingeniería Industrial.

- El *segundo bloque* de titulaciones agrupa *las titulaciones de Ciencias* (como *Químicas* o *Geológicas*), de *Ciencias Biomédicas* (*Biología*, *Farmacia*, *Medicina*) y algunas *Ingenierías Superiores o Técnicas* (como *Forestal* o *Agrícola*).

En estas titulaciones suele haber el equivalente a *una asignatura anual de 3/4 horas semanales (9 a 12 créditos) que contiene Álgebra, Geometría, Análisis y*

*Estadística*.

Un *programa tipo* pudiera ser:

#### **MATEMÁTICAS (CIENCIAS):**

- Álgebra Lineal: matrices y determinantes
- Geometría afín y euclídea
- Cálculo diferencial.
- Cálculo integral.
- Interpolación e integración numérica
- Estadística descriptiva. Variables estadísticas, regresión y correlación
- Modelos de probabilidad

A estas titulaciones *se accede desde* la opción de *Ciencias de la Salud* del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y también, a excepción de Medicina, desde la opción Científico-Técnica de los Bachilleratos Tecnológico y de Ciencias de la Salud.

Como indicamos antes, en la opción Científico-Técnica de ambos bachilleratos se cursan obligatoriamente las asignaturas de Matemáticas I y Matemáticas II, que incluyen los contenidos esenciales necesarios para las Matemáticas de las titulaciones de este bloque.

La opción de Ciencias de la salud del Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, sin cursar la asignatura de Matemáticas II, no proporciona los conocimientos necesarios de Matemáticas para cursar titulaciones como Químicas, pero puede ser suficiente para algunas de las titulaciones de Ciencias Biomédicas, ya que la parte del programa con mayor peso es la de Estadística, que se cubre en la asignatura obligatoria de Matemáticas I. Para estas titulaciones, como Biología, Farmacia o Medicina, sería quizá más adecuado que cursaran dos asignaturas de Matemáticas pero con un nivel de rigor y aplicación menor que el que se necesita para otras Ciencias. Teniendo en cuenta además que el mayor peso de las Matemáticas en estas titulaciones recae en la Estadística, pudiera ser aconsejable (aunque no lo permita la actual legislación) que los alumnos que quieran estudiarlas siguieran en el bachillerato programas similares a los de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, de la opción de Ciencias Sociales.

- En un tercer bloque vamos a considerar las titulaciones de Economía, Dirección y Administración de Empresas y Empresariales.

En estas titulaciones hay el equivalente a una asignatura de 4/5 horas semanales (12 a 15 créditos) dedicada al Álgebra Lineal y al Cálculo. En la Diplomatura de Empresariales, el número de créditos es menor, pero suele haber además una asignatura específica de Estadística, que en el caso de las Licenciaturas se cursa en cursos posteriores.

Un programa tipo es:

#### **MATEMÁTICAS (ECONÓMICAS):**

- Polinomios
- Espacios vectoriales. Matrices y aplicaciones lineales
- Diagonalización, vectores y valores propios
- Geometría afín y métrica
- Formas cuadráticas
- Optimización lineal
- Sucesiones y series
- Límites y continuidad de funciones de una y varias variables
- Diferenciación.
- Cálculo integral. Cálculo de primitivas
- Optimización

La asignatura de Estadística de Empresariales puede tener un programa del tipo:

#### **ESTADÍSTICA (EMPRESARIALES):**

- Presentación de datos estadísticos: tabulación y representaciones gráficas
- Variables estadísticas. Representaciones gráficas y medidas
- Regresión y correlación
- Números índices. Series temporales
- Introducción a la teoría de la probabilidad

A estas titulaciones se accede desde la opción Científico-Técnica de los Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico y por la opción de Ciencias Sociales del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales.

En el caso de la opción Científico-Técnica, los contenidos de las asignaturas obligatorias de Matemáticas I y

Matemáticas II son suficientes para cursar las Matemáticas de estas titulaciones.

En el caso de la opción de Ciencias Sociales, se cursan obligatoriamente las asignaturas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Aunque teóricamente los contenidos de estas asignaturas debieran bastar para afrontar las Matemáticas de estas titulaciones, su menor carga en Álgebra, Geometría y Teoría de Funciones dificulta en muchos casos el seguimiento de los programas en los estudios universitarios.

- El cuarto bloque está formado por la titulación de Psicología y las diversas titulaciones de Ciencias Sociales.

En estas carreras es frecuente que exista el equivalente a una asignatura de Estadística de intensidad variable (de 8 a 15 créditos).

Un programa estandar es:

#### **ESTADÍSTICA:**

- Estadística descriptiva: Datos estadísticos, tablas y gráficas
- Características de las distribuciones de frecuencias
- Regresión y correlación
- Modelos de probabilidad
- Estadística Inferencial: muestreo, estimaciones de parámetros y contrastes de hipótesis y análisis de la varianza.

A Sociología se accede desde la opción de Ciencias Sociales del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales y al resto de las titulaciones de este bloque desde las dos opciones (Ciencias Sociales y Humanidades) de dicho Bachillerato.

En el caso de la opción de Ciencias Sociales, se cursan obligatoriamente las asignaturas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, cuyos contenidos son suficientes para los estudios a que nos referimos. El caso de la opción de Humanidades, ninguna de las dos asignaturas antedichas es obligatoria, pero es aconsejable cursar al menos la primera de ellas para no olvidar las técnicas elementales de cálculo y Estadística.

- Para terminar este repaso de las titulaciones universita-

rias, consideraremos el caso de las carreras específicamente matemáticas, la Licenciatura de Matemáticas, y la Licenciatura y Diplomatura de Estadística.

En ambas licenciaturas, los contenidos del primer curso son similares, con asignaturas de Análisis, Álgebra Lineal y Geometría, Álgebra (en general incorporada al Álgebra lineal en la Licenciatura de Estadística), Cálculo numérico, Estadística (ésta en mayor proporción en el caso de la Licenciatura de Estadística) y a veces otras asignaturas de introducción a la Topología o a las Ecuaciones diferenciales, además de Informática, que no nos ocupa en esta ponencia.

A las licenciaturas en cuestión se accede desde la opción Científico-Técnica de los Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico.

Como ya hemos comentado, en la opción Científico-Técnica de ambos bachilleratos se cursan obligatoriamente las asignaturas de Matemáticas I y Matemáticas II, de modo que el alumno dispone de los conocimientos de Matemáticas necesarios para estudiar esas carreras.

El caso de la Diplomatura de Estadística es muy diferente. Si bien en primer curso estudian menos contenidos de Álgebra o Análisis, y con carácter más práctico, dichos contenidos tienen todavía un cierto grado de dificultad y extensión. Sin embargo a esta Diplomatura puede accederse no sólo desde la opción Científico-Técnica de los Bachilleratos de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Tecnológico, sino desde la opción de Ciencias Sociales del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Esta última opción contempla las asignaturas obligatorias de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, que están muy orientadas a los conocimientos de Estadística, pero cuyos contenidos y habilidades en Álgebra Lineal y Cálculo pueden resultar insuficientes para afrontar el primer curso de la Diplomatura.

De este análisis se deduce que en general, los estudios de bachillerato proporcionan en teoría una base de conocimientos suficiente para el estudio de las Matemáticas de las titulaciones universitarias. En algunos casos, esta preparación puede resultar escasa si se han elegido ciertas opciones, aunque estas permitan de hecho el acceso a las titulaciones. Sin embargo, esta posibilidad tiene aspectos positivos, puesto que permite el cambio de intereses académicos del alumno, aunque deba en estos casos completar su formación.

Desde el punto de vista de las opciones de los bachille-

ratos, además del problema ya mencionado, existe el problema de que desde una misma opción se puede acceder a carreras que son muy heterogéneas en lo que se refiere a las Matemáticas que contemplan. Este hecho conlleva la formación de grupos con alumnos que tiene muy diferentes necesidades. Por ejemplo, alumnos que van a estudiar Economía y alumnos que van a estudiar Psicología pueden estar en un mismo grupo de la opción de Ciencias Sociales; aunque en teoría esta mezcla no debiera ser un problema, en la práctica los alumnos que se dirigen a Economía necesitan una mayor fundamentación teórica y una mayor habilidad de cálculo, mientras que los que van a ir a Psicología necesitan un mayor conocimiento de las estrategias de aplicación. Un mismo grupo de la opción Científico-Técnica, puede albergar alumnos que quieren hacer una Ingeniería, o Matemáticas o Físicas junto con estudiantes que desean dirigirse a una carrera de Ciencias Biomédicas; los primeros requieren niveles más fuertes de Álgebra y Cálculo y un mayor entrenamiento en la mecánica de la resolución de problemas en estos campos, mientras que los segundos necesitan detenerse más en el análisis, interpretación y aplicación, sobre todo de los aspectos funcionales o estadísticos.

De este modo se resiente para todos los alumnos la formación matemática que reciben, al impedir el sistema que cada bloque de alumnos estudie, aún dentro de una misma opción y bachillerato, el tipo de matemáticas que necesita y con el enfoque más conveniente. La resolución de este problema mediante la “atención a la diversidad” no puede plantearse desde posiciones que contemplen de forma realista la situación actual de medios y presupuestos.

Digamos para concluir, que es un hecho cierto que la mayoría de los estudiantes encuentra bastantes dificultades con las Matemáticas de su primer curso universitario. Puesto que como hemos dicho no puede hablarse con generalidad de un desajuste entre los programas de los bachilleratos y los de las titulaciones universitarias, cabe preguntarse por las razones de este fenómeno. Además de las cuestiones a que ya se ha hecho referencia, pueden apuntarse como elementos de reflexión las siguientes:

- Dificultad intrínseca de las Matemáticas, que requieren mayor esfuerzo de comprensión y mayor grado de abstracción que otras materias.
- Falta de habilidades de cálculo mental y operativo básico, lo que dificulta la resolución de los problemas de aplicación de los contenidos teóricos, y conduce a un fracaso, no por desconocer “cómo” se hace un problema, sino por la imposibilidad real de resolverlo completa y eficientemente.

- Falta de práctica en el uso de diferentes estrategias de resolución de problemas. Estas estrategias se aprenden haciendo muchos problemas (para lo que no suele haber tiempo), es decir, practicando, y no teorizando sobre las estrategias.
- Falta de entrenamiento en discernimiento lógico. Los alumnos encuentran dificultades en distinguir la hipótesis de la tesis, lo que se supone de lo que se demuestra. Esta dificultad está ligada a otras del lenguaje. La pobreza de la expresión es un grave inconveniente para la comprensión.
- Excesivo rigor de algunos programas universitarios, que no tienen en cuenta el nivel real de los alumnos a los que se dirigen.
- Desenfoque de algunos de dichos programas, que dan al alumno una impresión de inutilidad de las matemáticas que estudian y que le restan motivación para su estudio y comprensión.
- Sobrecarga de los alumnos, que tienen que asimilar muchos contenidos y en algunos casos cursar un excesivo número de asignaturas, lo que causa un descenso de su rendimiento en general. Este descenso, muy frecuentemente comienza con las Matemáticas