

## INFLUENCIA DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

**Leoncio Santos Cuervo**

### 1. LAS N.T. EN LA SOCIEDAD ACTUAL EN GENERAL Y EN LA ENSEÑANZA EN PARTICULAR

Durante los últimos 10-15 años estamos asistiendo a una irrupción, cada vez más acentuada, de las nuevas tecnologías (ya no tan nuevas por tanto) en una amplia gama de actividades cotidianas. En concreto el ordenador ha pasado a ser una herramienta imprescindible en la mesa de cualquier despacho, en la consulta del médico o en las cajas del supermercado, sin contar su utilización en grandes empresas o en proyectos de investigación de todo tipo.

Qué decir de los medios audiovisuales, presentes en todos los hogares y que tanta influencia, no siempre positiva, tienen en nuestra vida y en la educación de nuestros hijos. Su presencia, fundamentalmente como elemento asociado al ocio, es un acompañante habitual.

La educación no puede ser una excepción y no debe quedar al margen del uso de estos medios. Una de las misiones de la educación debe ser capacitar a los ciudadanos para la comprensión de la cultura de su tiempo. En este sentido las N.T. deben ser herramientas que deben colaborar a conseguir unas mayores cotas de calidad y, sobre todo, debe hacer que la educación utilice, en la medida de lo posible, métodos más cercanos a los del trabajo posterior y que supongan un acercamiento a la realidad.

La presencia de las Nuevas Tecnologías en la enseñanza se va haciendo patente, tal vez de una forma lenta, pero avanza inexorablemente. Su implantación como asignatura obligatoria u optativa en algunos ciclos formativos de formación profesional y en el currículo de la Educación Secundaria, propicia en parte esta presencia. Quizás la gran batalla, aun no ganada, es conseguir que

esté presente como apoyo en todas las áreas de todos los niveles educativos, desde el infantil al universitario.

El debate está abierto y los procedimientos para conseguir que el papel a desempeñar por las N.T. en la educación sea cada vez mayor no son fáciles de concretar curricularmente, ni son fáciles de desarrollar y asumir los cambios metodológicos y didácticos que supone.

### 2. LAS N.T. Y EL PROFESORADO

La utilización de los medios audiovisuales o informáticos en el aula requiere una predisposición «positiva» hacia ello por parte del profesorado. Predisposición que no se da en todos los casos.

Ello nos lleva a reflexionar sobre cuál es la actitud del profesor o profesora ante la posibilidad de utilizar estos medios con sus alumnos.

La primera reflexión que puede hacerse es que para la enseñanza no se cuenta sólo con los libros y la pizarra tradicional, ser conscientes de que también se dispone de «otras herramientas»: retroproyector, vídeo, calculadora, ordenador. La actitud que tome el profesorado ante estos medios es fundamental para que su utilización sea posible y positiva.

Para introducir estos recursos en la enseñanza cotidiana es preciso que los consejos escolares, los equipos directivos y los claustros de profesores tengan ideas claras sobre las funciones que los mismos pueden cumplir, además, naturalmente, de contar con dichos medios. Se debe tener claro que ni el vídeo ni el ordenador van a sustituir al profesor en el aula, sino que serán unos medios de apoyo más, no competidores con el profesor,

sino «aliados» unas veces en las tareas más mecánicas de transmitir información y otras en las más complejas de cálculo o representación.

También podemos reflexionar sobre el «espíritu» con el que el profesorado acoge el uso de las N.T. en el aula. En no pocos casos, el desconocimiento o la competencia mal entendida a que antes aludíamos, hacen que el profesorado sea reticente ante el uso de las N.T. A veces subyace a ello una resistencia a abandonar la enseñanza tradicional, un cierto conformismo y comodidad con lo que se está haciendo... Otras veces es la falta de formación en el uso de los medios la que hace que no sea factible dicho uso, cuando no la falta material de dichos medios y los problemas para acceder a ellos en los centros y que luego comentaré.

### 3. LOS MEDIOS TECNOLÓGICOS EN LOS CENTROS EDUCATIVOS

Es evidente que el nivel de dotación material de los centros en medios tecnológicos influirá en que sea más factible su uso por parte del profesorado.

Los problemas que los centros educativos tienen para que en sus presupuestos se pueda incluir la adquisición de materiales audiovisuales o informáticos (especialmente de educación primaria, también los de secundaria y en menor medida los universitarios), se han visto paliados en alguna medida durante los últimos 10 años por las dotaciones que el Ministerio de Educación les ha hecho llegar para la implantación de los nuevos ciclos formativos de formación profesional o a través de los proyectos Atenea y Mercurio, además de otros proyectos menores. Pero todo ello aun no ha sido capaz de hacer que todos los centros públicos dispongan de medios suficientes para que el profesorado pueda utilizarlos con todos sus alumnos y alumnas.

Problemas para el uso de materiales audiovisuales e informáticos, especialmente en el caso de estos últimos, son cotidianos en la mayor parte de colegios de enseñanza primaria o institutos de enseñanza secundaria. En muchos casos se ha de realizar un turno de utilización, especialmente del aula de informática, que suele entorpecer, cuando no desanimar al profesorado a su utilización.

Pero, a pesar de todo, muchos centros disponen de los medios suficientes y sólo hace falta que la dirección del centro y el profesorado, sepan realizar un óptimo aprovechamiento de los mismos. No debe servir de excusa

el decir «no tenemos medios suficientes». De hecho, se dan casos de centros con una buena dotación, por ejemplo de ordenadores en un aula destinada sólo para este fin, y en los que los alumnos casi nunca han realizado actividades en áreas que no sean la asignatura de informática.

Otro problema con el que se enfrenta el profesorado para trabajar, por ejemplo, en un aula de informática, es el número de alumnos en clase, que suele exceder el que sería aconsejable. Este problema no suele ser tan importante a la hora de utilizar el vídeo o el retroproyector.

Siempre hay algunas posibles soluciones para paliar en la medida de lo posible, las carencias materiales de los centros. Por ejemplo, la existencia de una sola aula de informática para demasiados grupos de alumnos hace que deba programarse, incluso a principio de curso, unos periodos y horarios de utilización a lo largo del curso para los distintos departamentos o profesores interesados en ello; con esto podemos prever el trabajo con el alumnado en dicha aula e incluir el mismo en nuestra programación de aula para todo el curso. Más problemática es la forma de adecuar el trabajo con un número de ordenadores reducido al número de alumnos por aula; exigir una buena coordinación del centro y los departamentos para que, cuando sea necesario, un grupo de alumnos pueda ser dividido en dos, sin entorpecer ni mermar en calidad y cantidad las actividades habituales del grupo.

### 4. CAMBIOS METODOLÓGICOS QUE PUEDE PROPICIAR EL USO DE LAS N.T. EN LA ENSEÑANZA EN GENERAL

Es claro que la simple utilización de una transparencia en un momento concreto de una clase habitual ya suponen un cambio respecto a la metodología tradicional de libro-pizarra-profesor. Mayores son los cambios cuando se introducen nuevos medios como el vídeo y mucho mayores si la clase se realiza enteramente con ordenadores, por ejemplo.

Sabemos que el alumnado acepta y agradece en general la utilización de medios audiovisuales o informáticos en el aula y que ello suele propiciar una mayor participación y atención al desarrollo del trabajo. Es misión del profesorado «encauzar» esa predisposición positiva para que se traduzca en unas mayores cotas tanto en la cantidad como en la calidad del aprendizaje.

Son múltiples las ventajas que pueden proporcionar estos medios al profesorado y que, además, pueden

hacer que cambie de metodología a la hora de presentar los temas a sus alumnos:

*Los medios audiovisuales* favorecen la presentación de imágenes, animadas o no, de los temas tratados, ayudan a identificar los temas con la vida real estimulando el descubrimiento a través de la imagen, aumentan la calidad de los dibujos y representaciones, respecto a la que podemos lograr dibujando en la pizarra o en el papel, propician una mayor atención por parte del alumnado cuando se combina la imagen con el sonido...

*Los medios informáticos* y en concreto el ordenador, proporciona una forma cómoda y rápida para acceder y representar la información. La facilidad con que se gestionan las tareas y la rapidez con que se resuelven los problemas, permiten que el alumno dedique más tiempo a la comprensión y al análisis de los resultados de los mismos que a la mecánica y a la posible dificultad de su solución. El ordenador da la posibilidad de simular experiencias y plantear muy distintas situaciones y compararlas, algo que manualmente es muy difícil.

Todo ello exige no obstante que se tengan en cuenta algunas consideraciones, tanto en lo referente a la organización del trabajo en clase, como en la forma de presentar las actividades al alumnado. Así, tanto el uso de medios audiovisuales como informáticos, favorece el trabajo en grupos dentro de la clase, dicha organización propicia: la discusión, la atención a las opiniones de los demás y el respeto a las mismas, la adquisición de hábitos de trabajo compartido, el trabajo en grupos se puede realizar para el trabajo en los ordenadores, necesario por cuestión de número de alumnos y para la realización de actividades posteriores al visionado de un vídeo, discusión en pequeño grupo, realización de ejercicios complementarios, etc.

El profesor tiene un papel preponderante como propiciador y organizador de este cambio. Es el organizador y animador del trabajo del alumnado. A él corresponde la tarea de organizar los materiales y el trabajo en el aula, organizar los grupos de alumnos, preparar las hojas de actividades, dirigir las sesiones de trabajo con los medios correspondientes, como por ejemplo decidir los intervalos en el visionado de un vídeo o las partes de un programa de ordenador con el que trabajarán sus alumnos.

Entre los cambios metodológicos que propicia el uso de las N.T. destaca la realización de actividades en grupo, que se pueden plasmar en hojas de trabajo sobre los temas que van apareciendo en el vídeo o transparencia

o sobre cuestiones que se han de resolver con ayuda de un programa informático. Estas actividades consideran que son imprescindibles para el buen desarrollo general del trabajo con vídeo u ordenador. Solicitar del alumnado respuesta por escrito sobre los temas desarrollados en la actividad, hace que deban prestar más atención al desarrollo de la misma y que no se tome como mera observación de «lo que ocurre», cuando no como un juego.

## 5. LAS N.T. Y EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

En el currículo oficial para el área de matemáticas, tanto para el nivel de la Educación Primaria como para el de Educación Secundaria, se señalan varios aspectos de contenidos y metodológicos que recogen la repercusión que los medios tecnológicos deben tener en la enseñanza de las matemáticas.

Entre las finalidades del currículo figura la incorporación de las nuevas tecnologías como contenido curricular y como medio didáctico de apoyo en las diferentes áreas. Para su incorporación como contenido curricular existe, como es sabido, la posibilidad de ofrecer una asignatura optativa en las distintas etapas de la educación secundaria. Como medio didáctico es posible su incorporación en cualquier área.

El área de matemáticas puede ser una de las más adecuadas para la incorporación de estos medios, especialmente de las calculadoras y del ordenador. En el currículo de matemáticas para la Educación Secundaria Obligatoria se dice «... *la perspectiva histórica pone de manifiesto que las matemáticas han evolucionado en interdependencia con otros conocimientos...*». En esta evolución han tenido que ver, y siguen teniéndolo, la aparición de los medios tecnológicos para el tratamiento y la resolución de problemas. Se cita de manera expresa que «... *el uso de los medios tecnológicos ha de tener repercusiones en la manera de enseñar las matemáticas y en la selección de los contenidos y proporcionan una ayuda inestimable para el aprendizaje de determinados contenidos escolares...*»

En la secuenciación de los objetivos y contenidos para las distintas etapas en el área de matemáticas, en general, no se hace referencia explícita a que la utilización de los medios tecnológicos sea objetivo o contenido específico, pero sí son varios los apartados de la secuenciación de los objetivos y contenidos, susceptibles de utilizar los medios audiovisuales o informáticos como apoyo para la

consecución de los mismos. Por ejemplo: «... la utilización de la calculadora de cuatro operaciones, el cálculo mental.... son técnicas en las que conviene incidir..» hace referencia a las posibilidades de uso mencionadas.

En general, por tanto, queda a criterio de los departamentos didácticos y del profesor particular, en su programación de aula, incluir estos medios en los momentos que lo considere más oportuno. Temas adecuados para ello pueden ser prácticamente todos (más adelante se verá de forma exhaustiva), aunque algunos son especialmente indicados, bien por la naturaleza de los mismos o por la mejor adaptación de los medios disponibles a ellos. En varios bloques de contenidos de las etapas educativas primaria y secundaria puede haber momentos en los que se puede introducir el uso del medio tecnológico adecuado. A grandes rasgos se puede citar:

- En el bloque de *números* la calculadora, usada adecuadamente sin que se produzca un abuso de la misma, es una herramienta considerada imprescindible. «...destreza de cálculo utilizando propiedades de las operaciones y cualquier destreza válida...».
- El bloque de *medida* puede propiciar la utilización del vídeo para acercar las matemáticas a la realidad, cuando se cita la «...obtención de medidas por distintos procedimientos y utilizando distintas estrategias».
- En el de *organización y representación en el espacio*, de nuevo el vídeo permite visualizar formas geométricas en distintos ámbitos, bien de la realidad o con construcciones realizadas al efecto «... sensibilidad hacia la belleza de las formas geométricas en la naturaleza, el arte y la técnica». También la introducción del ordenador puede ser muy adecuada, mediante la utilización de programas informáticos de propósito geométrico como se verá en otro apartado.
- El de *organización, representación y tratamiento de la información*, permite generar abundante número de actividades con apoyo informático y audiovisual: vídeos motivadores o transparencias, utilizando así imágenes reales que permitan introducir gráficas y funciones o programas de ordenador para representar gráficas, estudio de funciones, etc, como comentaremos más adelante.
- Para el *tratamiento del azar* puede ser muy adecuado el uso de programas informáticos, como la hoja de cálculo, para propiciar la obtención de números aleatorios, el cálculo de probabilidades o representaciones gráficas.

## 6. CAMBIOS METODOLÓGICOS CON EL USO DE LAS N.T. EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Hemos visto que sin variar en esencia los objetivos y contenidos curriculares, es posible la utilización de los medios tecnológicos en la clase de matemáticas. Ahora bien, ello supone un cambio metodológico evidente en la forma de «hacer matemáticas».

Los cambios metodológicos que el uso de las N.T. pueden propiciar en la enseñanza en general son de aplicación, naturalmente, en la enseñanza de la matemáticas. Sin embargo, en este caso las características especiales de una clase habitual, donde el uso de la pizarra es continuo e imprescindible, hace que el cambio sea mayor y, quizás en muchos casos, más conveniente.

En primer lugar podemos citar el uso de las *transparencias* como un complemento muy adecuado en múltiples situaciones. Una transparencia permite presentar al alumnado resúmenes de la explicación tan adecuados como en cualquier otra materia y representaciones gráficas muchos más precisas que las que conseguimos «sobre la marcha» en la pizarra. La facilidad de uso, unida a la simultaneidad de las explicaciones del profesor, propicia un cambio metodológico sencillo de realizar y poco acentuado.

El *vídeo*, de características y forma de uso parecido a las transparencias, puede cumplir en determinados momentos una función semejante a las mismas en determinados temas. Pero además los documentos audiovisuales en matemáticas pueden cumplir una función introductoria y motivadora en temas muy variados (funciones y gráficas, geometría, ...), propiciando así una actitud positiva del alumnado hacia ellos.

La utilización de los distintos tipos de *calculadoras*, según los niveles del alumnado, (desde las más simples para el nivel de la educación primaria, a las más completas, gráficas o programables para niveles de secundaria y superiores), es de indiscutible utilidad, aunque bien es cierto que dicho uso debe ser «racional» para que no se convierta en un «abuso». En este caso, como en el de los medios audiovisuales, el poder utilizar la calculadora en la propia aula de clase facilita las adaptaciones metodológicas que haya que realizar.

El *ordenador* como herramienta más completa y compleja, puede suponer para las matemáticas el aliado permanente. Es posible su utilización en las más diversas situaciones y temas. Puede complementar las explicaciones y las prácticas habituales, mediante nuevas

exploraciones en cálculos y representaciones gráficas. Puede actuar de calculadora, pizarra electrónica, constructor de gráficas y de formas geométricas, de generador de tablas a partir de fórmulas, etc. Las posibilidades de utilización son muy amplias, aunque evidentemente limitadas por los medios materiales de que se disponga, la formación del profesorado en ellos, y la predisposición que se tenga a usarlo.

Para el uso de los ordenadores, una complicación que surge es que si se trabaja con todos los alumnos a la vez se ha de hacer en un aula específica y, por lo tanto, no puede ser un medio integrado en la clase habitual.

El ordenador en matemáticas puede utilizarse para resolver problemas muy variados y, sobre todo, para investigar y practicar sobre ellos. Se pueden plantear los problemas por escrito para ser resueltos con ayuda del ordenador.

El cambio metodológico fundamental consiste en que el alumnado trabaja con el ordenador como «ayudante y guía» en lugar de ejercer esta función sólo el profesor, pero este último ha elaborado previamente la guía de trabajo, los ejercicios y los recorridos que los alumnos realizarán con los programas informáticos. Las sesiones de

trabajo en el aula de informática se decidirán en función del tema objeto del estudio: unas veces servirán para introducir el tema, «investigar» sobre algún aspecto del mismo, y otras para practicar y resolver problemas.

## 7. HERRAMIENTAS. ALGUNOS RECURSOS DISPONIBLES: CONTENIDOS Y FORMAS DE UTILIZACIÓN.

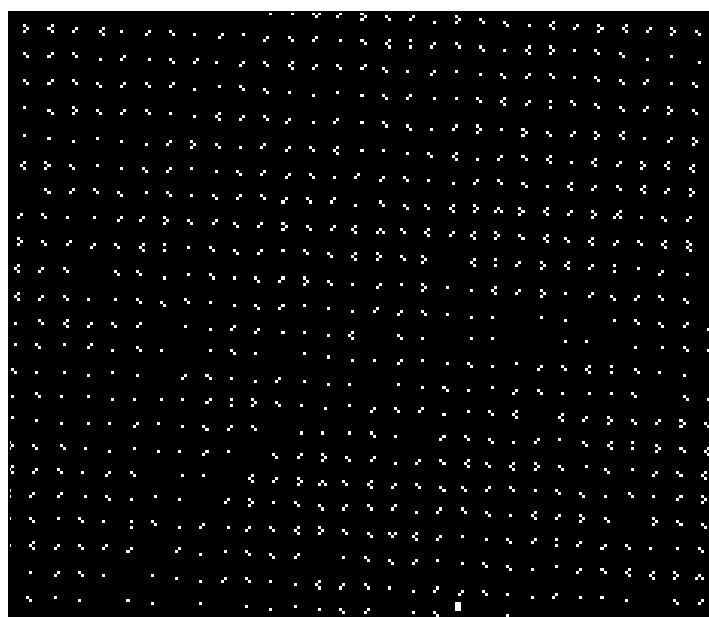
### 7.1. Las transparencias

Ya hemos comentado algunas posibilidades que ofrece el uso de transparencia en la clase de matemáticas. Algunas funciones que pueden desempeñar son las de mostrar esquemas, organigramas, gráficas de funciones, tablas, gráficos estadísticos, etc, que en la pizarra no se consiguen ni con la rapidez ni con la calidad deseadas.

La creación de una transparencia es sencilla, tanto si se realiza manualmente, como si se utiliza para ello un programa informático. Este segundo caso es especialmente apropiado, tanto por la calidad que puede conseguirse, como por la posibilidad de guardar y modificar posteriormente la misma. Un ejemplo puede ser la imagen siguiente:

### CONTINUIDAD DE LAS FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

$$\text{EJEMPLO: } f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$



Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$

Ejemplo de una transparencia creada un procesador de textos (Imagen del programa Calcula).

Los programas de ordenador más adecuados para crear una transparencia son los procesadores de textos y los programas de dibujo, además de programas específicos de gráficos u organigramas. La creación de transparencias con la ayuda de un procesador de textos será adecuada en múltiples situaciones, y no sólo cuando queramos incluir texto y fórmulas (es sabido que algunos procesadores de textos permiten escribir fácilmente fórmulas, como el Microsoft Word), ya que es posible incluir también dibujos, gráficas, funciones, etc creadas con otros programas.

## 7.2. Las calculadoras

En este punto no me extiendo más allá de las consideraciones generales de uso que se han hecho en los puntos 5 y 6 ya que es objeto específico de otra ponencia.

## 7.3. El vídeo

La producción y uso de los medios audiovisuales para el área de matemáticas quizás ni ha evolucionado tanto como otros medios (por ejemplo los informáticos), ni su uso ha estado ni está tan extendido; las razones son varias y están relacionadas: si no se producen buenos documentos el profesorado no se decide a utilizarlos, y si no se utilizan, las empresas o instituciones no se animan a producirlos.

El comentario anterior no implica que no exista una buena cantidad de vídeos y de temas bastante variados de contenido matemático. En unos casos son documentos específicos de matemáticas mientras que en otros se trata de documentos más relacionados con el arte o el diseño, pero con un alto contenido matemático.

Existen distintos tipos de documentos audiovisuales que no siempre se pueden clasificar de forma clara ya que algunos incluyen en sus contenidos varios aspectos y formas de tratar un tema. Sin embargo, globalmente se puede hablar de dos tipos: *Vídeo-lección* y *Vídeo-apoyo o motivador*.

Entre los documentos que he categorizado como *vídeo-lección* se pueden incluir aquellos cuyo objetivo fundamental es el de mostrar conceptos. En general, tienden a sustituir al libro o al profesor en la pizarra. Frecuentemente muestran imágenes generadas por ordenador y una voz en off se encarga de narrar el contenido de las imágenes. A veces se completa la exposición de un tema o concepto concreto con situaciones reales en las que se hace patente la necesidad de dicho concepto o

se muestran sus aplicaciones prácticas. Algunos ejemplos de vídeos de este tipo y temas en los que se pueden utilizar como apoyo son:

- *El teorema de Pitágoras* (Secundaria Obligatoria)
- *Vectores* (Bachillerato)
- *Funciones trigonométricas I y II* (Bachillerato)

Los documentos que incluyo en el tipo *vídeo-apoyo o motivador*, son los que se pueden utilizar previamente a la definición de los conceptos para despertar el interés del alumnado ante las matemáticas en general y ante un tema concreto en particular. Son este tipo de documentos los que pueden resultar más convenientes en matemáticas. En ellos la cantidad de conceptos concretos mostrados es escasa, ya que no es su misión fundamental. Están concebidos para estimular al alumnado o para efectuar trabajos simultáneos o posteriores a su visionado. Las actividades suelen ser de investigación y los conceptos se «sugieren» para que surjan como conclusión de las actividades. Se pueden considerar documentos de este tipo:

- *El Pato Donald en el país de las Matemáticas* uno de los primeros documentos audiovisuales que tienen relación con las matemáticas. Se trata de una película de dibujos animados en la que el pato Donald nos aproxima, a través de diferentes historietas, a elementos matemáticos en general, y geométricos en particular (como el *rectángulo de oro* o el *pentágono regular* en la naturaleza). Está especialmente indicado para los últimos niveles de la Enseñanza Primaria y los primeros cursos de la Secundaria.
- Serie *I.M.10*, (Investigaciones Matemáticas), que consta de varios capítulos de corta duración en los que se parte de situaciones reales de las cuales surgen aplicaciones a diversos temas: *combinatoria* (el triángulo de Pascal), *estadística* (consigue los datos), *números y proporciones* y *números decimales* entre otros. La etapa educativa en la que se pueden utilizar es la Educación Secundaria en general.
- Serie *Curso fundamental de matemáticas* que consta de varios capítulos dedicados al estudio de las funciones. El nivel al que trata el tema se adapta a las distintas etapas de la Educación Secundaria.
- Series *El Ojo Matemático I y II*, cada una con 10 capítulos de algo menos de media hora de duración que abarcan muy diversos temas, utilizables desde

la Enseñanza Primaria (fundamentalmente la serie II) hasta la Secundaria Obligatoria y el Bachillerato (la I). Los temas que se tratan tienen una estructura común, presentan diversas actividades desarrolladas por niños en forma de experimentos y buscan obtener conclusiones que muchas veces quedan abiertas en forma de pregunta o sugerencia al espectador. Son bastante adecuados para diseñar actividades paralelas en pequeño grupo para realizar en el papel con los alumnos, así como para fomentar el debate sobre los temas tratados en gran grupo posteriormente.

- ¿*Contra todo pronóstico?* se trata de una serie de estudios de casos reales relacionados con la estadística. Pueden ser muy indicados como apoyo para el estudio de este tema en la Educación Secundaria.
- Otros documentos, que inicialmente están indicados para el estudio del arte, incluyen también gran contenido matemático. Algunos ejemplos son: *Gaudí, naturaleza y geometría*, donde se puede ver la gran profusión de formas cuadráticas en las construcciones de Gaudí, en el arte en general y en la naturaleza. Algunos vídeos de la serie *Arte y Matemáticas*, que trata temas muy específicos y difíciles de enmarcar en los contenidos de una etapa concreta, puede ser utilizada para suscitar interés y curiosidad por las matemáticas. Entre ellos están los títulos: *Espirales, la Cinta de Moebius o la Aventura del Cuadrado*.

#### 7.4. Los medios informáticos

De todos los medios tecnológicos que se pueden poner a disposición del profesorado para su utilización con los alumnos, son quizás los medios informáticos los que ofrecen una más variada gama de posibilidades de utilización, por la variedad de temas en los que se pueden utilizar y por la rapidez con que estos medios se desarrollan, tanto en la vertiente de la máquina (hardware), como por la cantidad de programas existentes, algunos en constante evolución y perfeccionamiento, y por los nuevos programas que van apareciendo.

##### Formas de utilización

Las formas de utilización de los ordenadores para enseñar matemáticas pueden ser varias: desde la más normal de trabajar en un aula específica destinada a ello (aula de informática), como contemplar la posibilidad de disponer de un ordenador permanente en el aula habitual.

La utilización del aula de informática para trabajar en algún tema de matemáticas exige la preparación previa de la actividad, como ya se ha apuntado antes, pero sobre todo exige dirigir perfectamente el trabajo de los alumnos, planteando por escrito las cuestiones sobre las que ha de investigar, o los problemas que ha de resolver con el programa informático. Además se ha de proporcionar las ayudas necesarias para el manejo del programa. Esta forma de trabajo se adapta a todos los niveles educativos.

La utilización de un solo ordenador en el aula exige la realización de actividades paralelas en la propia aula. Por ejemplo, mientras la mayor parte del grupo trabaja sobre el papel, un pequeño grupo realiza una actividad concreta en el ordenador. Esta actividad puede ser el repaso de algún concepto o tipo de ejercicio o la profundización en el tema que está tratando el resto de la clase; este tipo de trabajo puede ser válido en cualquier nivel educativo, aunque es más habitual que se adapte a niveles inferiores (Educación Primaria o Secundaria Obligatoria), donde la cantidad de conocimientos que hay que transmitir a los alumnos es menor, y permite el desarrollo de la programación con un mayor «sosiego».

Ejemplos de programas, aspectos y temas en los que se pueden utilizar

Con la utilización de los ordenadores, la clase de matemáticas se puede convertir en un laboratorio experimental que permite al alumnado explorar alternativas y aplicar diferentes estrategias para resolver los problemas. La posibilidad de realizar variadas pruebas sobre un mismo problema con gran rapidez para observar los resultados, obtener resultados numéricos y gráficos de forma simultánea, simular otros modelos y, en fin, utilizar el método universal de ensayo-error, confiere al ordenador unas grandes y variadas posibilidades, no siempre aprovechadas, para la enseñanza de las matemáticas.

Los programas de ordenador evolucionan a un ritmo tan acelerado que nos exigen continuas readaptaciones, ya que continuamente salen al mercado nuevos programas que mejoran las prestaciones anteriores. Esto hace que puedan surgir nuevas aplicaciones que, en general, facilita el acceso a los mismos y a su manejo.

Como hemos citado en el apartado 5, en casi todos los bloques de contenidos del currículo oficial para matemáticas en las diferentes etapas educativas, se pueden utilizar en mayor o menor medida los programas informáticos como apoyo a la enseñanza habitual.

Desde la perspectiva del profesorado, sería aconsejable la utilización de programas abiertos, que permitieran la realización de actividades diversas y que no precisaran demasiado esfuerzo y conocimientos técnicos. A la vez, la elección de un programa debe adecuarse al nivel del alumnado.

Se realiza ahora un recorrido, que no pretende ser exhaustivo, sobre algunos programas informáticos disponibles y los aspectos de los diferentes temas en los que se pueden utilizar.

### 1. Programas de propósito general

Se engloba en este apartado a un gran número de programas que no solo tienen utilidad para matemáticas sino también para otros muchos campos. Son programas abiertos en el sentido de que las aplicaciones y actividades se han de diseñar. Esto les otorga un grado de dificultad superior al de otros programas pero a la vez hace que el usuario pueda decidir las actividades que crea «a su medida».

#### a) Lenguajes de programación y lenguajes de autor

Antes de la aparición de programas específicos para matemáticas, existían y se utilizaban por parte de algunos profesores los llamados lenguajes de autor (*Pilot, Plato, etc.*) y los lenguajes de programación sencillos (*Basic, Logo, Pascal, ...*). Unos y otros permitían al profesor la elaboración de pequeñas aplicaciones «a su medida», generalmente tutoriales más o menos completos y complejos. La dificultad estriba en que requieren mucho más trabajo y unos mayores conocimientos técnicos que programas ya diseñados para actividades específicas. Hoy en día la programación orientada a objetos, y los entornos de *programación multimedia* (*Author Ware, Toolbook, Visual Basic*) se han convertido en cómodas y potentes herramientas para la creación de aplicaciones concretas. El manejo por parte del profesorado de estos programas, sin ser excesivamente complejo, también requiere un mayor esfuerzo y tiempo, lo que hace que no sea el método más extendido para la creación de aplicaciones de aula.

#### b) Las Hojas de Cálculo

Pueden considerarse como la «gran calculadora», la herramienta más poderosa que permite al profesorado preparar modelos a la medida de diversos contenidos sin un gran esfuerzo, y que permite un manejo posterior

fácil por parte del alumnado. Algunos programas muy conocidos de hoja de cálculo son *Works* (muy adecuado a niveles educativos primario y medio), *Excel* parecido al anterior aunque más completo, *Lotus*, etc.

Son muy variados los temas y niveles en los que se pueden diseñar aplicaciones con una hoja de cálculo desde niveles de alumnado de Educación Primaria a la Universitaria. En todos los casos la dificultad de manejo es pequeña, siempre que en los niveles inferiores se propongan a los alumnos modelos más simples y completados por parte del profesor.

En niveles de Educación Primaria o Secundaria, se puede utilizar la hoja de cálculo para el estudio de la *dependencia entre dos variables* en función de la «nube de puntos» formada por sus valores, relación entre ellos, la predicción de valores, .... Se pueden *crear gráficas de funciones o gráficas estadísticas*. En el primer caso se puede crear una tabla de valores y representar la función de forma similar a como lo haríamos en la pizarra, con la ventaja añadida de poder elegir una gran cantidad de valores para la variable independiente, y calcular, con el poco esfuerzo y mucha rapidez, los de la función.

En el tema de Estadística, es quizás en el que más posibilidades ofrece la hoja de cálculo. Se puede utilizar para el cálculo de la *tabla de frecuencias y los gráficos estadísticos* de todos los tipos para un variable unidimensional o para el estudio de un problema de *regresión*.

También se puede utilizar la hoja de cálculo como apoyo al estudio de otros temas de funciones, como puede ser el cálculo del *límite de una función* en un punto, por aproximación de valores.

Igualmente se puede utilizar la hoja de cálculo para realizar simulaciones de modelos de *probabilidad*: lanzamiento de monedas o dados por ejemplo, en los que se puede apreciar la tendencia de la frecuencia relativa de un suceso a la probabilidad de que ocurra el mismo, a medida que el número de veces que se repite el experimento aumenta.

#### c) Asistentes matemáticos

Incluyo en este apartado programas específicos para el trabajo en matemáticas que permiten realizar tareas muy variadas: desde el cálculo y representación tradicionales, al *cálculo simbólico* (cálculo de funciones derivadas o primitivas por ejemplo), pasando por la resolución de ecuación o la representación de superficies en tres dimensiones.



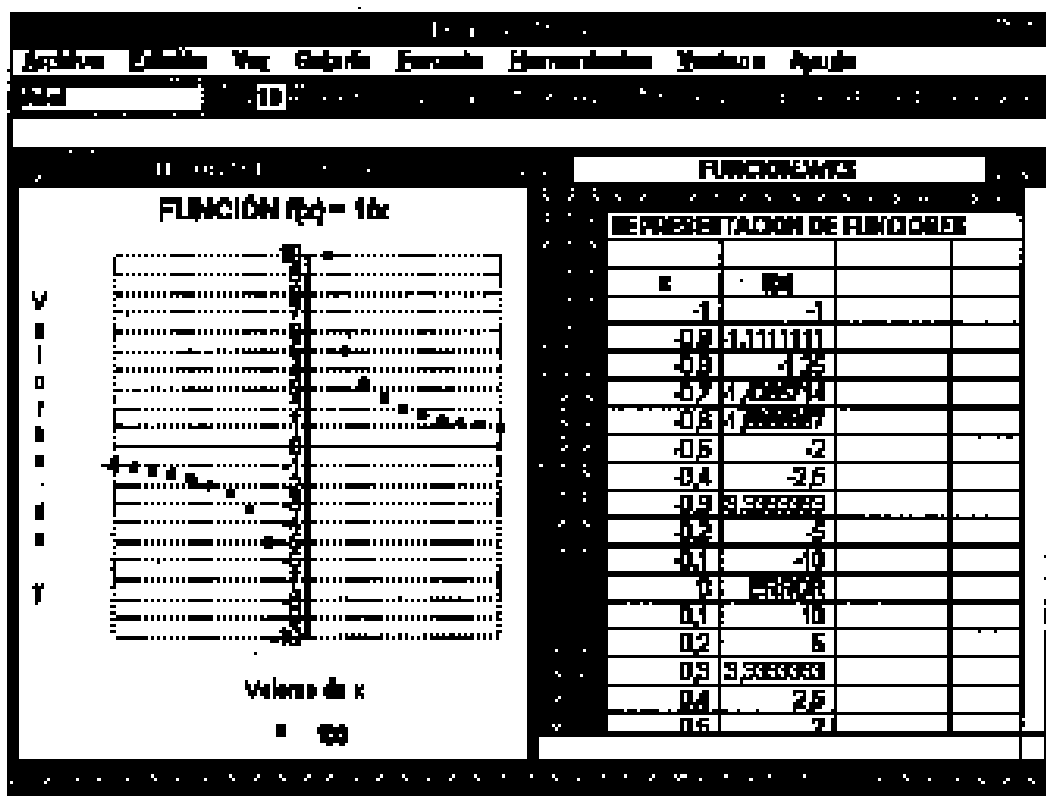
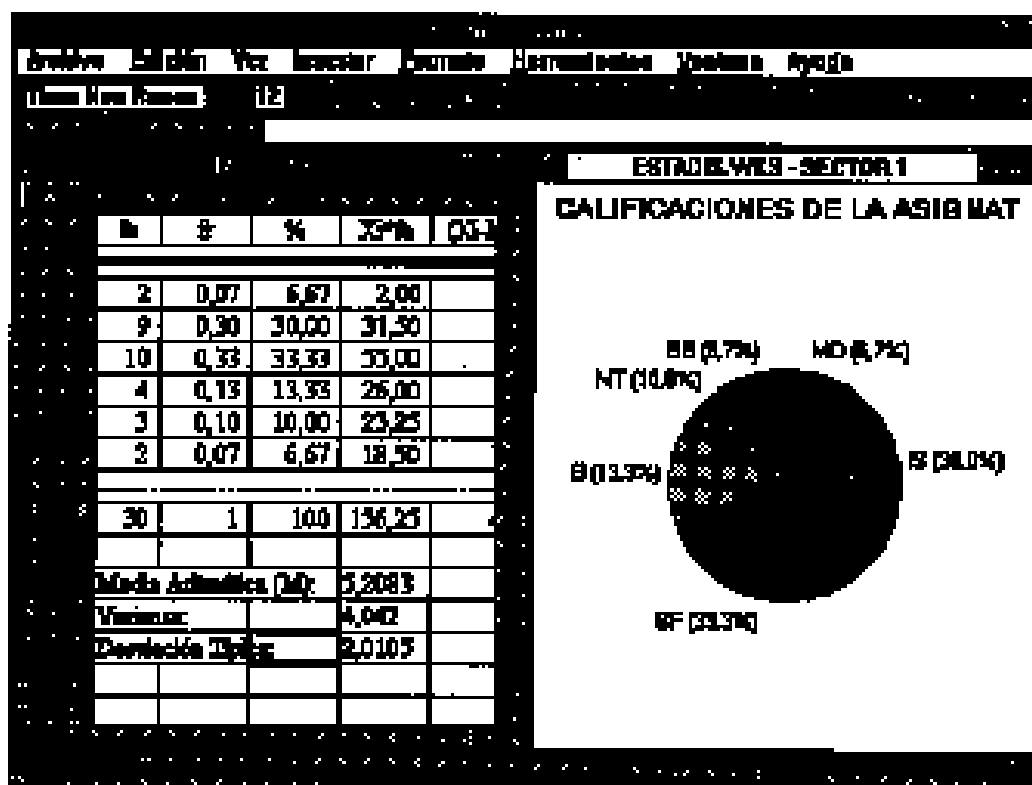


Tabla y gráfica, punto a punto, de la función  $(f)x = 1/x$  realizada con la Hoja de Cálculo de Microsoft Works.



Hoja de cálculo para estudiar las calificaciones de un grupo de alumnos (Microsoft Works).

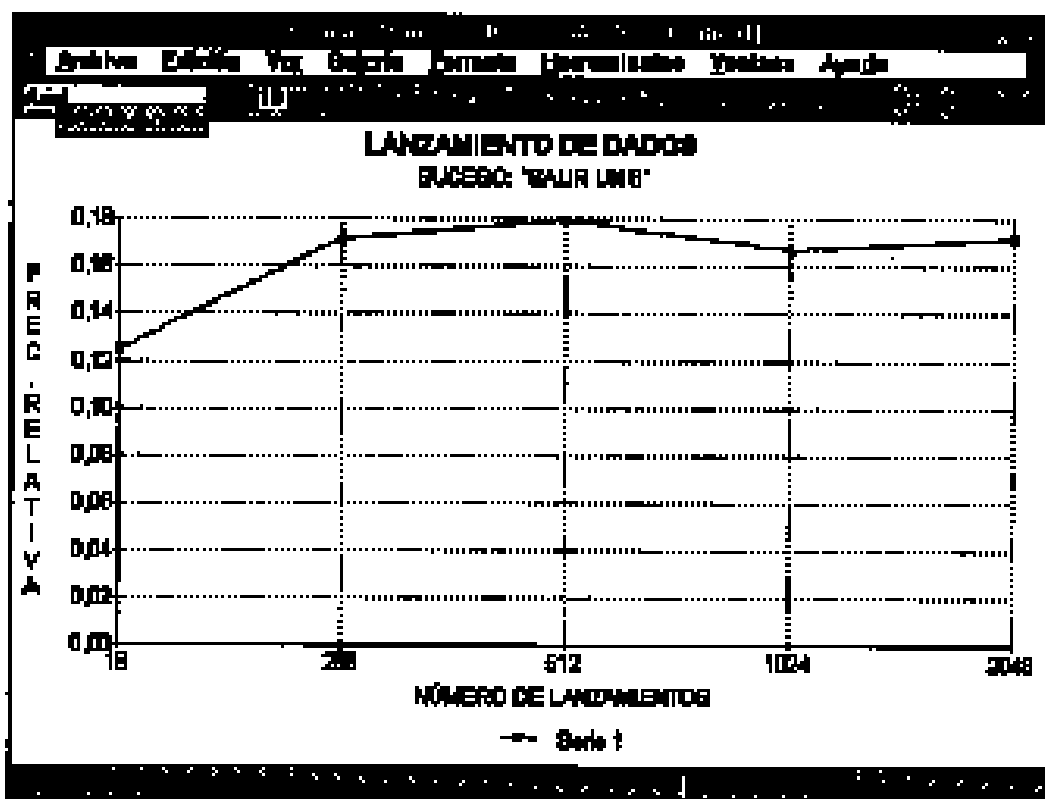


Gráfico donde se ve cómo la frecuencia relativa de un suceso se aproxima a la probabilidad (Microsoft Works).

Algunos programas de este tipo son difíciles de manejar para el alumnado de niveles medios y su finalidad es fundamentalmente la de investigación y resolución de problemas complejos, por lo que están más dirigidos al profesorado o a alumnos de enseñanza superior. Son los casos de *Mathématica* o *Maple* entre otros.

Otros son más sencillos de manejar y las actividades que se pueden realizar con ellos están más cercanas al nivel por ejemplo de Bachillerato; son los casos de *Mathcad* o de *Derive*. Este último puede ser bastante adecuado para la utilización en el aula, ya que realiza operaciones de muy variado tipo que van desde la *representación y cálculo de las propiedades generales de una función*, pasando por el cálculo de su *derivada o integral*, hasta el cálculo de un *determinante o la matriz inversa*. Las versiones antiguas de Derive funcionaban bajo DOS y en un ordenador de reducidas prestaciones, lo que le daban una gran versatilidad de uso. En la actualidad exista la nueva versión para Windows, lo que añade a la anterior todas las posibilidades de este entorno.

## 2. Programas para temas específicos

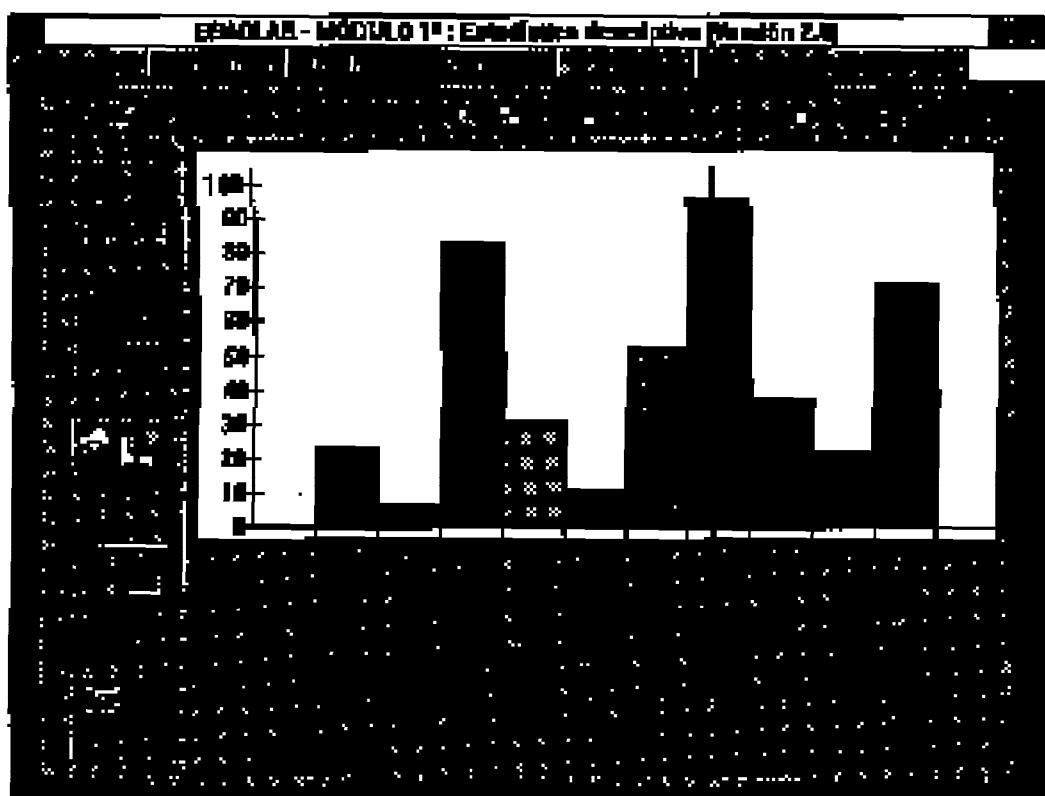
En este bloque se pueden incluir programas concebidos para el trabajo en temas concretos. Hay una gran variedad de ellos de distintos niveles y dificultad de manejo.

Además de los que se pueden encontrar en el mercado, existe una buena cantidad de ellos propiedad del Ministerio de Educación y por tanto de libre uso por parte del profesorado.

Algunos de los temas y programas adecuados para el trabajo del alumnado con ellos por su calidad y comodidad de uso son:

### a) Programas de Enseñanza Asistida por Ordenador (E.A.O)

Inicialmente los programas informáticos para matemáticas, para los niveles de la Enseñanza Primaria o Secundaria, estaban casi limitados a aplicaciones de Enseñanza Asistida por Ordenador. Se trataba de tutoriales rígidos que, bien mostraban conceptos o planteaban preguntas tipo test y en los que la posibilidad de interacción con el usuario era limitada o nula. Hoy en día siguen existiendo en el mercado programas de este tipo bastante mejorados en cuanto a la presentación y cantidad de información y abarcan prácticamente todos los temas matemáticos de la Enseñanza Primaria y Secundaria. Son más adecuados para el trabajo del alumno en casa que en el aula ya que no pre-



Representación de la moda en el gráfico de barras (Programa Ebaolab).

cisan ni permiten la preparación de actividades por parte del profesor.

#### b) Estadística

En este tema, quizás porque es muy adecuado para ser tratado con medios informáticos, se pueden utilizar varios programas en distintos niveles educativos:

Programas de nivel superior, cuyo uso está más recomendado para la Universidad o para Bachillerato - COU, tenemos varios ejemplos: *S.P.S.S.*, *Statgraphics*, *Systac*, etc. De ellos quizás sea el segundo el que tiene una versión para Windows más actualizada y asequible de manejar por parte del profesorado de enseñanza secundaria.

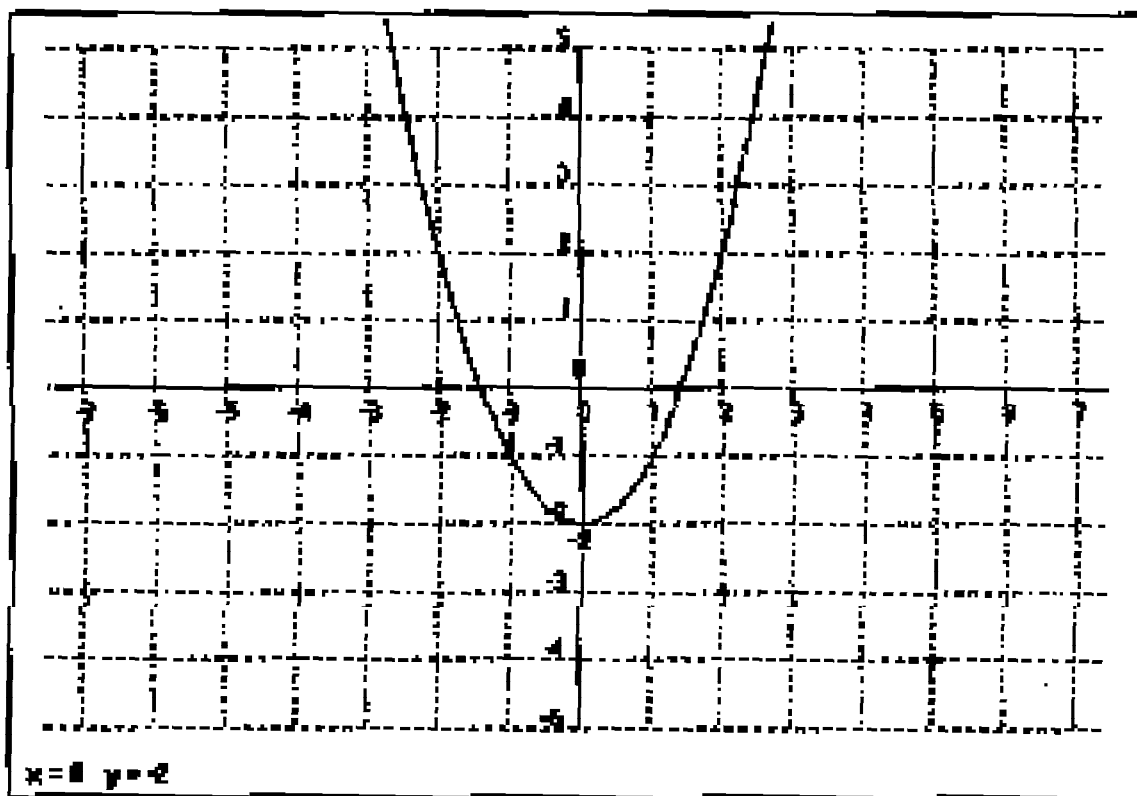
Para niveles inferiores, incluso para la Educación Primaria en su último ciclo, existen algunos buenos programas como *Ebaolab* y *Ebao*. Especialmente el primero, introduce de una forma muy completa y atractiva todos los conceptos y representaciones gráficas estadísticas para una variable de los diferentes tipos. Trabaja bajo windows y la calidad y cantidad de los contenidos prácticos y teóricos de los que consta, lo hacen muy recomendable para introducir el tema.

#### c) Estudio de funciones

Como en el caso anterior, existe una buena cantidad y variedad de programas que tratan este tema.

Para niveles universitarios, cualquiera de los que antes se clasificó como «asistente matemático» permite la representación de funciones y su estudio exhaustivo. También para estos niveles o para bachillerato, el programa ya antes comentado, *Derive*, permite trabajar con la funciones en varios aspectos, desde su representación y cálculo de propiedades varias, hasta el cálculo de su derivada o integral.

Para niveles inferiores, fundamentalmente para la Enseñanza Secundaria en todas sus etapas, podemos citar los programas *Funciones*, *Calcula* y *Gráficas*, como tres ejemplos, cada uno con sus características, en todos los casos de libre uso en la enseñanza pública que pueden ser utilizados para la *representación* de funciones, descubrimiento o muestra de sus *propiedades* fundamentales, trabajo con una o varias funciones a la vez, según los casos e incluso, como en el caso de *Funciones*, estudio de la *regresión lineal* para dos variables estadísticas discretas.



Representación gráfica y visualización del mínimo relativo de una función (Programa Funciones).

#### d) Geometría

Otro tema para el que existe variedad de programas informáticos de distintos niveles.

Para el trabajo en geometría plana, y en niveles de Enseñanza Secundaria en general, los programas específicos para el estudio de la geometría, suelen trabajar con los objetos básicos: *puntos*, *segmentos*, *rectas*, *circunferencias*, etc, permitiendo comprobar y utilizar propiedades como *paralelismo*, *perpendicularidad*, *distancias*, *ángulos*, ... En algún caso son programas de libre uso en educación como *Geomouse*, o programas comerciales como *Cabri*. Este segundo permite comprobar y representar un mayor número de elementos y propiedades geométricas que el anterior.

En este apartado se pueden englobar también los programas destinados al dibujo técnico o al diseño gráfico, pero que tienen gran utilidad y aplicación en matemáticas. Un caso es el de *Autosketch*, que además de trabajar con herramientas y realizar actividades propias del

dibujo técnico, puede utilizarse para trabajar con la mayor parte de los elementos y propiedades de la geometría plana.

Para niveles superiores, como en casi todos los casos, son los potentes programas como *Mathemática*, los que permiten trabajar en geometría no plana y por ejemplo representar *superficies* o cuerpos geométricos de todo tipo.

#### e) Resolución de problemas

En este campo es donde las empresas privadas tratan de sacar al mercado nuevos productos, cada vez con mayor propaganda y promesas de utilidad, algunos muy conocidos. Existen varios programas adquiridos, aunque de forma limitada, por el M.E.C. para este tema y los niveles de Educación Primaria o Secundaria, como son: *ADI* o *Supermáticas*. En ambos casos se trata de conjuntos de problemas que abarcan temas variados, con posibilidad de consultar aspectos teóricos de los mismos y más o menos ayudas a la resolución de los problemas según los casos. n