

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS TABLAS DE MULTIPLICAR

Martín Adrián, A. R.

Cuando oímos hablar de las tablas de multiplicar, a la mayoría de las personas que estuvimos en la escuela nos viene el recuerdo de una serie de números y signos que debíamos memorizar para evitar el enfado de la maestra o el maestro. Las estrategias de memorización se basaban fundamentalmente en el memorismo, se repetían las tablas –en ocasiones cantando– hasta la saciedad.

Todo lo relacionado con el aprendizaje significativo estaba ausente de este tipo de actividad. Uno de los objetivos de memorizar las multiplicaciones básicas era preparar a las alumnas y alumnos para enfrentarse al algoritmo de la multiplicación.

Donde tenían que realizar multiplicaciones, en las que importaba más la amplitud que la comprensión de lo que se hacía, lo más frecuente era que el alumno cometiera algún error debido a la magnitud del ejercicio.

Por otro lado, existía una separación entre las operaciones objeto de aprendizaje y la aplicación de las mismas. Por tal motivo, cuando los alumnos se enfrentaban a la resolución de problemas recurrían al profesor para que les orientara sobre la operación a realizar; para los docentes es frecuente escuchar en relación al problema: **«es de restar, sumar, multiplicar o dividir»**. Esto puede ser consecuencia de presentar las operaciones separadas de la resolución de problemas, haciendo difícil que los alumnos comprendan la utilidad y aplicación de las mismas. En muchas escuelas todavía vive el discurso que dice: **«primero vamos a enseñar a los alumnos a resolver bien los algoritmos, para después pasar a resolver problemas»**. Esta idea es incongruente con el aprendizaje significativo, las operaciones matemáticas constituyen un instrumento para solucionar determinados problemas con los que se encuentran las personas, y hacer más fácil y comprensible su entorno. Los signos y las operaciones matemáticas no surgen para basarnos en ellos y proponer situaciones problemáticas al alumnado, su objetivo es lo contrario.

Este modesto trabajo pretende exponer una serie de reflexiones y análisis sobre la enseñanza y aprendizaje de las tablas de multiplicar, después de consultar algunos textos de didáctica y haber puesto en práctica algunas de sus orientaciones.

La ordenación siguiente no responde a ningún tipo de jerarquización, lo que pretende es facilitar la lectura y la organización del texto. Los puntos que aparecen aquí se ponen en práctica y desarrollan paralelamente.

1. IDEAS PREVIAS

El primer paso a dar es detectar las ideas previas en los alumnos sobre las tablas de multiplicar: ¿Has oído hablar de las tablas de? ¿Qué son? ¿Para qué sirven?..

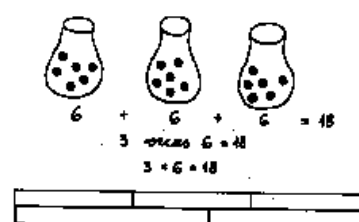
Con esto pretendemos conocer sus ideas, para motivarlos, condición necesaria para abordar conceptos nuevos.

2. PRESENTACIÓN

Inicialmente, no debemos presentar las tablas como un conjunto de números y signos a memorizar. Deben surgir como una necesidad de la resolución de problemas aritméticos significativos.

En los primeros niveles de la educación primaria, los alumnos son muy aficionados a las colecciones de objetos: cromos, canicas, ..., hay que aprovechar esta circunstancia para plantear problemas donde figuren ellos y sus intereses.

Adán, Cristina y Yolanda tienen cada una una bolsa con 6 canicas. ¿Cuántas canicas tienen entre los tres?



3. CONSTRUCCIÓN

«Desde hace casi treinta años se insiste en la necesidad de que el alumno comprenda lo que está haciendo. Cuando esa comprensión se refiere a unos hechos que debe memorizar se traduce, metodológicamente, en actividades de construcción, el alumno debe construir la tabla de multiplicar para memorizarla posteriormente» (MAZA, 1991).

¿Cómo realizan dicha construcción?

Teniendo en cuenta las distintas fases por las que se desarrolla el aprendizaje en matemáticas en los primeros niveles de escolaridad, la construcción de las tablas debe empezar con la manipulación de objetos concretos o materiales estructurados.



Nosotros empleamos las regletas de colores, material que los alumnos conocen y trabajan desde primero.

Después de la manipulación viene la representación simbólica. Basándose en la suma reiterada, algunos libros de textos construyen las tablas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 4 \times 1 &= 4 \\
 4 \times 2 &= 4 + 4 = 8 \\
 4 \times 3 &= 4 + 4 + 4 = 12 \\
 4 \times 4 &= 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \\
 4 \times 5 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 \\
 4 \times 6 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24 \\
 4 \times 7 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28 \\
 4 \times 8 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32 \\
 4 \times 9 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 36 \\
 4 \times 10 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 40
 \end{aligned}$$

Otra forma de construirlas, siguiendo las pautas del método anterior sería:

$$\begin{aligned}
 4 \times 1 &= 4 \\
 4 \times 2 &= 4 + 4 \\
 4 \times 3 &= 8 + 4 = 12 \\
 4 \times 4 &= 12 + 4 = 16 \\
 4 \times 5 &= 16 + 4 = 20 \\
 4 \times 6 &= 20 + 4 = 24 \\
 4 \times 7 &= 24 + 4 = 28 \\
 4 \times 8 &= 28 + 4 = 32 \\
 4 \times 9 &= 32 + 4 = 36
 \end{aligned}$$

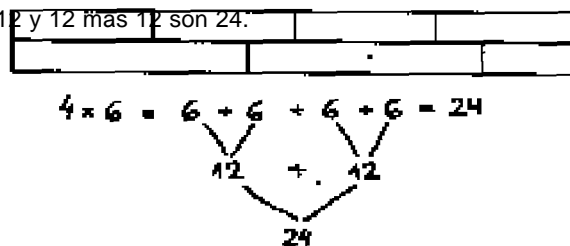
$$4 \times 10 = 36 + 4 = 40$$

siguiendo con la suma reiterada, nosotros proponemos el siguiente método hasta la tabla del 5:

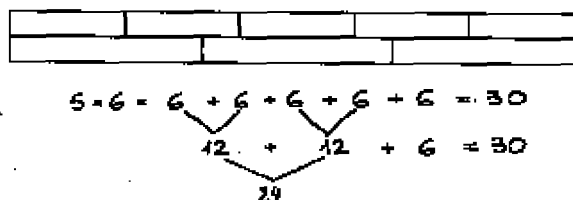
$$\begin{aligned}
 4 \times 1 &= 4 \\
 4 \times 2 &= 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \\
 4 \times 3 &= 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \\
 4 \times 4 &= 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \\
 4 \times 5 &= 5 + 5 + 5 + 5 = 20 \\
 4 \times 6 &= 6 + 6 + 6 + 6 = 24 \\
 4 \times 7 &= 7 + 7 + 7 + 7 = 28 \\
 4 \times 8 &= 8 + 8 + 8 + 8 = 32 \\
 4 \times 9 &= 9 + 9 + 9 + 9 = 36
 \end{aligned}$$

La justificación está en el «aprendizaje de los dobles», llevada a cabo en los cursos y meses anteriores. De tal manera que al preguntar a un alumno 6×4 ó 5×6 piense y diga:

— ALUMNO: 4×6 , es cuatro veces el seis, 6 más 6 son 12 y 12 más 12 son 24.



— ALUMNO: 5×6 , es cinco veces el seis, 6 más 6 son 12. Doce más doce son 24, 24 más 6 son 30.



Una vez llegan a 24, las estrategias aditivas para obtener 30 pueden ser varias:

- * «uno más» (+1); 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
- * «dos más» (+2); 24, 26, 28, 30
- * «descomposición del 6» (+1+5); 25, 30
- * «descomposición del 6» (+4+2); 28, 30

El empleo de una u otra está en función de la madurez y la capacidad del alumno.

Sirva como ilustración la preocupación de una madre que se dirige a nosotros.

— MADRE: Creo que mi hija no se está aprendiendo

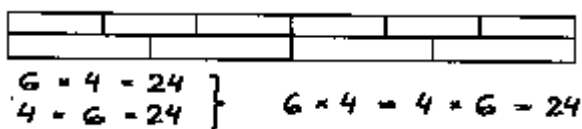
correctamente las tablas.

- MAESTRO: ¿Por qué piensas eso?
- MADRE: Porque cuando le pregunto cuánto es 5×4 , me dice «**5 x 4 es lo mismo que 4 x 5, que es cuatro veces el, 5 más 5 son 10, 10 más 10 son 20**».

4. CON MUTATIVIDAD

Previo a la simbolización de las tablas, y a medida que empieza a presentarse y a construirse, deben descubrir la propiedad conmutativa. Con ella economizaremos esfuerzos y facilitaremos la tarea de conocer y memorizar las multiplicaciones básicas.

Empleando el material disponible, los alumnos deben investigar y encontrar que 6×4 equivale a 4×6 .



Este descubrimiento trae como consecuencia que la presentación para memorizar las tablas pueda tener la forma:

- $4 \times 1 = 1 \times 4 = 4$
- $4 \times 2 = 2 \times 4 = 8$
- $4 \times 3 = 3 \times 4 = 12$
- $4 \times 4 = 4 \times 4 = 16$
- $4 \times 5 = 5 \times 4 = 20$
- $4 \times 6 = 6 \times 4 = 24$
- $4 \times 7 = 7 \times 4 = 28$
- $4 \times 8 = 8 \times 4 = 32$
- $4 \times 9 = 9 \times 4 = 36$
- $4 \times 10 = 10 \times 4 = 40$

5. FACTORES MAYORES QUE 10

Muchas personas que han estudiado las tablas piensan que se acaban cuando uno de los factores es 10. Estas se deben prolongar hasta los valores que la profesora o el profesor estimen oportunos. Teniendo en cuenta la diversidad del alumnado, debemos intentar adaptarnos a las capacidades de cada uno, por lo cual se tienen que trabajar factores mayores que 10.

Esta ampliación de la tabla ayudará al cálculo mental.

- $4 \times 11 = 11 \times 4 = 44$
- $4 \times 12 = 12 \times 4 = 48$
- $4 \times 13 = 13 \times 4 = 52$
- $4 \times 14 = 14 \times 4 = 56$

$$4 \times 15 = 15 \times 4 = 60$$

6. MEMORIZACIÓN

Una vez que se comprende lo que se está haciendo, se sabe construirlas y se conoce la aplicación de las mismas. Se hace necesario memorizar los hechos básicos para poder progresar en el aprendizaje.

A continuación proponemos algunas estrategias que facilitan la memorización de las tablas.

* **Expresión oral.** el alumno debe expresar de forma oral el pensamiento que sigue cuando se le pregunta, por ejemplo, 4×5 .

- ALUMNO: « 4×5 es cuatro veces el 5; 5 más 5 es 10, 5 más 5 es 10; 10 más 10 es 20».

* **Preguntar empezando por el factor mayor.** Si vamos a preguntar la tabla del 2, no lo haremos así 2×6 , 2×7 , 2×8 ,..., sino de la siguiente forma: 6×2 , 7×2 , 8×2 ,...

- ALUMNO: 9×2 es lo mismo que 2×9 , esto quiere decir dos veces el 9,...

* **Asociar expresiones lingüísticas a expresiones matemáticas.** Estas frases deben ser propuestas y consensuadas por las niñas y niños, procurar que sean expresiones cortas.

- | | |
|-------------------|------------------------|
| $5 \times 5 = 25$ | «Salta y da un brinco» |
| $6 \times 6 = 36$ | «Cara de rey» |
| $7 \times 7 = 49$ | «Graniza y llueve» |
| $8 \times 8 = 64$ | «Cara de gato» |
| $9 \times 9 = 81$ | «Paga y desayuna» |

* **Anterior y posterior.** Conociendo determinados valores de las tablas y sabiendo como se construyen, averiguar otros valores desconocidos, por ejemplo:

- MAESTRO: Sabemos que $6 \times 6 = 36$, y que la tabla del 6 va de 6 en 6. ¿Cuánto será 7×6 ?

- ALUMNO: 6×7 son 42, porque son 6 más que 6×6 .

* **Buscar relaciones.** Para facilitar la memorización debemos buscar relaciones:

- La tabla de 2 va de 2 en 2.
- La tabla del 3 va de 3 en 3.
- Los valores de la tabla del 5 acaban en 0 ó en 5.
- etc.

Un día en clase ocurrió lo siguiente:

- MAESTRO: ¿Cristian Miguel, cuánto es 7×5 ?
- CRISTIAN: 7×5 es 32
- SHEILA (Alumna): No estoy de acuerdo con Cristian.
- MAESTRO: ¿Por qué Sheila?

– SHEILA: Porque la tabla del 5 acaba en 0 ó en 5, y son 35.

7. PROGRESOS EN EL APRENDIZAJE

Las alumnas y alumnos deben llevar desde un primer momento un registro de la asimilación de las multiplicaciones básicas, para que sepan cual es la evolución de su proceso de aprendizaje. Para ello empleamos una hoja de registro (ver anexo 1) donde van coloreando lo aprendido. Teniendo en cuenta la propiedad conmutativa, las multiplicaciones de factores iguales, las multiplicaciones del 10 y del 11 de fácil aprendizaje; los hechos básicos que presentan mayor dificultad se ven reducidos a la zona que está sin sombrear (ver anexo 1). El mecanismo mental propicio para utilizar en el aprendizaje de estas últimas es la estrategia del «anterior y posterior».

8. ORDEN DE APRENDIZAJE

Con respecto al orden de aprendizaje de las tablas, el más frecuente en las escuelas es el cronológico, que va desde la tabla del 1 a la del 10. El inconveniente de esta organización puede ser que **«no obtengamos el suficiente partido de todas las estrategias y favorezca la de suma de «uno más» en detrimento de las restantes»** (MAZA, 1991). Este investigador se inclina por la versión tradicional con ligeras variaciones, propone el siguiente orden:

1 2 3 4 10 9 5 6 8 7 0

Nosotros, teniendo en cuenta que la estrategia de los dobles no presenta dificultades para la mayoría de los alumnos, el dominio rápido de la suma de decenas y que tabla del 11 **«equivale»** a repetir dos veces uno de los factores, proponemos:

1 2 4 3 10 11 5 6 8 7 9 12

El orden de estudio de las tablas tal vez no sea tan decisivo en el aprendizaje de las mismas. El docente a la hora de admitir alguno debe reflexionar sobre lo dicho en la cita anterior, es decir, en el tipo de estrategias que favorece el orden adoptado.

9. EL JUEGO Y LAS TABLAS

Para que tenga lugar una verdadera construcción del conocimiento se hace necesaria la interacción social, por medio de la cual los alumnos intercambian puntos de vista, en ocasiones divergentes, dando lugar de esta manera a debates donde se ponen en tela de juicio el razonamiento de algunos compañeros. Esto, generalmente, lleva a modificaciones del propio razonamiento, y como consecuencia a pensamientos de mayor nivel.

Las situaciones donde se pone de manifiesto la interacción social entre los alumnos pueden ser múltiples, aunque una de las más motivantes la constituyen aquellas actividades con un carácter lúdico. Nosotros queremos destacar de las empleadas en nuestra aula los juegos de dados y el bingo, especialmente este último en sus múltiples versiones.

10. PARTICIPACIÓN DE LA FAMILIA

10.1. Madres en el aula

Las madres y los padres deben participar y colaborar con la maestra o el maestro en el proceso de aprendizaje, para desarrollar entre ambos acciones que puedan dar lugar a la obtención de mejores resultados, beneficiando de esta forma al alumnado.

Esto nos llevó a la participación en el aula durante el horario escolar. Una vez a la semana durante una hora acude un grupo de cuatro madres al taller de juegos matemáticos. Esto nos permite trabajar en grupos pequeños, sus funciones consisten en formar parte de los equipos de juego y hacerles preguntas a las niñas y niños, para que expresen oralmente sus razonamientos, mientras los demás compañeros lo escuchan a ver si están de acuerdo o no.

– MADRE: (al sacar una tarjeta en el juego del bingo). Sonia ¿Cuánto es 6 x 7?

– SONIA: Es 42.

– MADRE: (Con la intención de que Sonia exponga para el grupo su razonamiento). ¿Cómo lo pensaste?

Su colaboración nos permite atender a la diversidad y adaptarnos a las distintas capacidades y ritmos de aprendizaje de los alumnos, ¿de qué manera?, al trabajar generalmente con cuatro grupos tenemos: grupo A (tablas del 2 y 3), grupo B (tablas del 4 y 5), grupo C (tablas del 6 y 7) y grupo D (tablas del 8 y 9).

Los alumnos van rotando por los distintos grupos, aunque si uno de ellos tiene memorizadas, por ejemplo las tablas hasta el cinco, lo hará solamente entre los grupos C y D.

10.2. En casa

La escasa colaboración que en muchas ocasiones existe entre la escuela y el medio familiar del alumno, suele deberse entre otras causas a que en este medio no se sabe cuáles son las acciones que hay que ejecutar para mejorar las tareas de aprendizaje.

Después de asistir a un curso sobre acción tutorial nos surgió la idea de acercarnos a las familias mediante cartas (ver como ejemplo el anexo 2) concretas y puntuales

ANEXO 1. TABLAS DE MULTIPLICAR. ¡HAGO UNA CRUZ EN LAS QUE ME HE APRENDIDO

ME LLAMO:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 x 1	2 x 1	3 x 1	4 x 1	5 x 1	6 x 1	7 x 1	8 x 1	9 x 1	10 x 1	11 x 1
1 x 2	2 x 2	3 x 2	4 x 2	5 x 2	6 x 2	7 x 2	8 x 2	9 x 2	10 x 2	11 x 2
1 x 3	2 x 3	3 x 3	4 x 3	5 x 3	6 x 3	7 x 3	8 x 3	9 x 3	10 x 3	11 x 3
1 x 4	2 x 4	3 x 4	4 x 4	5 x 4	6 x 4	7 x 4	8 x 4	9 x 4	10 x 4	11 x 4
1 x 5	2 x 5	3 x 5	4 x 5	5 x 5	6 x 5	7 x 5	8 x 5	9 x 5	10 x 5	11 x 5
1 x 6	2 x 6	3 x 6	4 x 6	5 x 6	6 x 6	7 x 6	8 x 6	9 x 6	10 x 6	11 x 6
1 x 7	2 x 7	3 x 7	4 x 7	5 x 7	6 x 7	7 x 7	8 x 7	9 x 7	10 x 7	11 x 7
1 x 8	2 x 8	3 x 8	4 x 8	5 x 8	6 x 8	7 x 8	8 x 8	9 x 8	10 x 8	11 x 8
1 x 9	2 x 9	3 x 9	4 x 9	5 x 9	6 x 9	7 x 9	8 x 9	9 x 9	10 x 9	11 x 9
1 x 10	2 x 10	3 x 10	4 x 10	5 x 10	6 x 10	7 x 10	8 x 10	9 x 10	10 x 10	11 x 10
1 x 11	2 x 11	3 x 11	4 x 11	5 x 11	6 x 11	7 x 11	8 x 11	9 x 11	10 x 11	11 x 11

sobre determinados aspectos curriculares. El efecto ha sido muy positivo, la implicación de las madres, padres y hermanos mayores se ha notado en el aprendizaje de las tablas.

ANEXO 2

Colegio Público AGUAMANSA
La Orotava, 1995-96
Comunicado nº 1 nov 95
TABLAS DE MULTIPLICAR

Estimadas madres y estimados padres de 3º
Nos ponemos en contacto con ustedes, porque consideramos imprescindible la colaboración con las madres y padres en la tarea común que nos une: **la educación de su hija o hijo**.

Desde comienzos de este curso hemos iniciado el estudio de las **tablas de multiplicar**, con ellas estaremos a lo largo de todo el año. Pero, durante esta semana vamos a intensificar el estudio de las **tablas del 3, 4 y 5**. Por este motivo, nos dirigimos a ustedes, para que durante estos días dediquen un ratito a preguntarles las tablas a sus hijos.

El **plan de estudio** podría ser: Lunes 20 (tabla del 3),

Martes 21 (tabla del 4) y Miércoles 22 (tabla del 5).

¿Cómo lo haríamos?

* Empezando a preguntar por el factor mayor. Si vamos a estudiar la tabla del 2, no lo haremos así 2x6, 2x7, 2x8,..., si no de la siguiente manera: 6x2, 7x2, 8x2,...

Esto lo hacemos con la intención de provocar el siguiente razonamiento:

— ALUMNO «9x2 es lo mismo que 2x9, esto quiere decir dos veces el 9,...».

*Les proponemos también problemas sencillos para resolverlos oralmente, donde puedan aplicar las tablas. Algunos modelos de problemas son:

1. Tienes 3 bolsas con 5 caramelos cada una. ¿Cuántos caramelos tienes en total? ¿Y si tienes 4 bolsas? ¿Y 5?
2. Si una caja contiene 5 rotuladores y 3 bolígrafos, ¿cuántos rotuladores y bolígrafos habrán en 4 cajas?
3. Antonio tiene 9 años, y su padre el triple de su edad, ¿cuántos años tiene el padre de Antonio?
4. Una fábrica de coches termina ocho coches cada hora. ¿Cuántas ruedas necesita cada hora para esos coches?

a) Sin contar la rueda de repuesto.

b) Contando la rueda de repuesto.

BIBLIOGRAFÍA

- DICKSON, L.: «El aprendizaje de las matemáticas». Labor. Madrid. 1991.
FERNÁNDEZ, J. A.: «Los números en color de G. Cuisenaire». Seco Olea. Madrid 1989.
MAZA, C.: «Multiplicar y dividir». Visor. Madrid. 1991.
MAZA, C.: «Enseñanza de la multiplicación y división». Síntesis. Madrid. 1991.