

LAS OPERACIONES CARDINALES EN LA EDUCACIÓN INFANTIL

*Villuendas, M^a. D., Fernández, M.^a P., Arribas, V.
Baeza, M.^a C., Bustillo, M.^a P., Gómez, M.^a J., Íñigo, C.
Mora, A. , Pablos, C., Rodríguez, I.*

INTRODUCCIÓN

Como punto de partida trataremos de las **operaciones**, de su construcción y de su interiorización en la infancia en relación con el conocimiento matemático. Nos referimos al conocimiento de las operaciones implicadas en la adquisición del número y sus propiedades, aunque de forma más específica nos centremos en la cardinalidad. Además, consideraremos como complementario el dominio de las clasificaciones.

Respecto al concepto de operación este ha sido introducido en Psicología por Piaget (1941, 1947, 1948a, 1948b, etc.). Él partió de la idea de que el ser humano establece conexiones cualitativas claras entre los conceptos y sus representaciones mentales. Además consideró que el pensamiento matemático surge a partir de la acción, adición al juntar cantidades, repartir, etc. Cómo sucede esto parece que no está tan claro. Piaget destaca unas veces la interioridad de la operación, otras veces la movilidad, otras la reversibilidad, etc.

Aebli (1988) entiende las **operaciones como acciones abstractas**. Es decir, cuando a partir de una acción se puede formar una operación en la mente del que actúa, cuando considera abstractamente su propio obrar. Operar significa actuar dándose cuenta de las relaciones establecidas. Toda acción posee una estructura, lo que también nos permite decir que la estructura es inherente a la acción, que «vive en su interior». Cuando la acción transcurre como automatismo, el que actúa no es consciente de la estructura, pero la consciencia puede acompañar a una acción efectiva, y entonces decimos que el que actúa sabe lo que hace. Las operaciones no son procesos del pensamiento que acompañen al actuar, aunque transcurren a su lado; las acciones se convierten en operaciones cuando el que las realiza es consciente de las relaciones inherentes.

Con frecuencia las acciones prácticas requieren gran dosis de atención por lo que resulta difícil llevarlas a

cabo de aquí se deriva la importancia de los sistemas de signos a los que traducimos las acciones para facilitar que no se hagan con los objetos reales. Con los signos establecemos las relaciones entre los objetos y ello nos permite destacar mucho más claramente las correspondientes relaciones y que nos demos más cuenta de ellas, es decir obtenerlas más conscientemente.

Al reflejar la realidad con ayuda de sistemas de signos, se aclara tan adecuadamente las correlaciones que para muchos matemáticos, psicólogos o didáctas han llegado a entender las operaciones sólo como relaciones entre signos. Además conviene insistir en que consiste «darse cuenta» o «tomar consciencia» de una relación se refiere sobre todo al hecho de prestar atención.

En todo caso, una operación es una acción efectiva, representada (interior) o traducida a un sistema de signos y en cuya realización, el que actúa dirige exclusivamente su atención a la estructura que va surgiendo. En resumen: una operación es una acción abstracta. Las operaciones también se caracterizan por su movilidad, reversibilidad y su inclusión en sistemas de creciente complejidad.

Desde una formulación psicológica general podemos decir que obtenemos operaciones nuevas partiendo de las operaciones ya conocidas. Se produce un proceso de reconstrucción, una reordenación. Interviene igualmente la abstracción porque al reconstruir mentalmente las interconexiones no es preciso representarse todos los detalles de los actos concretos. Se consideran solo las relaciones de los actos.

Una vez construida la operación no se cierra el proceso de aprendizaje, sobre todo cuando la construcción se ha realizado de un modo concreto-perceptivo. La operación ha de poder realizarse de un modo puramente mental, además del aprendizaje seguro y rápido. Para que se de la **interiorización** y la **automatización** tiene que darse un proceso de traducción. La traducción es el modo de

proceder mediante signos. Hablamos entonces de la codificación simbólica de la operación.

Dado que los seres humanos pueden codificar simbólicamente, nos servimos para codificar de diferentes signos. En matemáticas se utilizan diferentes códigos simbólicos. En el caso de la numeralidad estos códigos simbólicos son:

- Palabra hablada (código de sonidos).
- Signos gráficos con letras/palabras (código visual).
- Signos ideográficos con números/cifras (notación numérica).
- Letras correspondientes a una variable algebraica.

La comprensión de la simbolización se produce cuando se interiorizan las operaciones. Ello se ha de considerar dos hechos significativos:

- Una acción se convierte en operación cuando el que actúa tiene en cuenta las relaciones que mediante su acción establece entre los hechos.
- Los hechos, los objetos cosificados o mentales a los que se dirige la acción han de estar representados en la mente del que actúa, de tal manera que sin representación de algún modo no hay que hacer, no se puede hacer nada (es decir, sin un objeto dado no hay acción ni hay operación).

Ahora bien, lo fundamental y decisivo no es la clase de representación, sino la conciencia de las relaciones establecidas o modificadas por la operación.

El proceso de interiorización afecta sobre todo al modo como el aprendiz se representa las circunstancias de actos y operaciones: por la percepción, por la representación o con ayuda de signos representativos que son pronunciados y escuchados o bien escritos y leídos. En todo caso, modificar estos signos y romper y establecer relaciones entre ellos es un *proceso interior* y *no concreto*. Pero para el logro de una acción o de una operación es muy importante el modo en que están representadas las circunstancias, por ello, la interiorización resultará fundamental desde el punto de vista didáctico.

En fin, que una operación no se caracteriza por su interioridad. Es erróneo afirmar que una operación es una «acción interiorizada». Cuando se realiza efectivamente una acción, representándose, según las percepciones, las circunstancias de la misma, ello constituye una operación exactamente igual que cuando se representa esas circunstancias como signos. Lo decisivo no es la clase de representación, sino la conciencia de las relaciones establecidas o modificadas por la operación.

Respecto a las **clasificaciones** hemos considerado que las saca el sujeto de los objetos. Los objetos tienen propiedades físicas y observables para el conocimiento por

eso cuando se clasifica se establecen relaciones que son prácticas y observables y se pueden realizar en contenidos de aprendizaje elementales y fáciles. Posteriormente, se introducirán nuevas relaciones, las adecuadas a las nociones matemáticas de cantidad que difícilmente se pueden obtener de la manipulación de objetos y/o de las observaciones. Es otro tipo de relaciones, las que se obtienen mediante la abstracción conceptual propia de las operaciones mentales, como hemos aclarado anteriormente. No obstante, aunque hemos dicho que las relaciones que se establecen en las clasificaciones se obtienen de las características físicas y observables, son un precedente muy interesante para el dominio matemático del cardinal. Detengámonos en esto. Según Piaget (1963/91, 17) las clasificaciones suponen relaciones de semejanzas entre elementos de clases similares y relaciones de diferencias entre clases distintas. Aclaran Sastre y Moreno (1980/88, 122) que clasificar desde el punto de vista psicológico implica realizar operaciones con clases, y estas operaciones son necesarias para establecer correctamente las relaciones tanto entre los elementos de la clasificación como con la inclusión de clase.

Según Merman (1979) para I@s niñ@s es previa la comprensión de las colecciones que la de las clases. Por eso establece tres niveles: Nivel I: Colecciones figurales. Nivel II: Colecciones no figurales. Nivel III: Clases.

Para Bryant (1974) I@s niñ@s tienen que aprender a distinguir entre indicios perceptivos relevantes e irrelevantes para poder comprender las clases. La formación de colecciones ayuda a establecer semejanzas y diferencias entre objeto, hechos, etc. Pero para llegar a comprender la operación de la cardinalidad es necesario acceder a la concepción abstracta de clases. Situados los sujetos en este nivel de abstracción predichos que se facilitará el acceso a la operación de la cardinalidad.

Se han señalado un conjunto de principios de la numeralidad pero hemos trabajado con el del valor cardinal. Este concepto se refiere a que sólo el último término de cada proceso de recuento representa el valor cardinal del conjunto concreto contado (Karmiloff-Smith, 1992). Para Gelman y Gallistel (un niño posee el principio de cardinalidad si sistemáticamente da la última etiquetada del recuento como el número total de elementos del conjunto contado. Realizar esta operación:

- Supone usar el recuento no sólo para dar el número de elementos contados en un conjunto, sino también para hacer comparaciones numéricas entre dos o más conjuntos.

También ha encontrado Siegler (1989) que hay diferentes estrategias utilizadas por I@s niñ@s:

- Recuentan (en voz alta) cada vez que se le pide, aunque las colecciones sobre las que estén trabajando aunque tengan los mismos números de elementos.
- Recuentan en voz alta pero cuando las colecciones son de los mismos elementos en los ensayos posteriores se limitan a repetir la última etiqueta del recuento anterior.
- En repartos equitativos «uno para ti y otro para mí» de manera que al final tuvieran cada uno la misma cantidad. Los que infieren espontáneamente que después de la distribución cada parte tenía los mismos (es decir el valor cardinal es el mismo).

Se considera que aunque se encuentran más o menos explícitos los principios de numeralidad en I@s niñ@s, que finalmente operar de forma adecuada es llegar a la comprensión abstracta de esos conceptos. Es decir, para dominar/aprender internalizando el principio que se utiliza se ha de operar mediante la externalización explícita. Se ha de redescubrir el principio/s contenidos en esos procedimientos representándolos en un formato diferente, independiente de la codificación procedimental.

RESULTADOS

La revisión de los supuestos teóricos sobre los que se sustentan la comprensión y la abstracción de la matemá-

ticas así como el acceso de forma consciente por parte de I@s educadores a ellos, junto con la determinación de los niveles de competencia cognitiva de I@s niñ@s de 3 a 6 años, son dos estrategias básicas para favorecer los procesos interactivos de aprendizaje/enseñanza. Las dos rutas conjuntas de trabajo han sido:

En primer lugar, se han analizado diferentes tipos de tareas y los requisitos cognitivos de ellas, tales como las de las operaciones de: clasificación y cardinalidad. En segundo lugar, se han diseñado procedimientos para favorecer el proceso de aprendizaje/enseñanza en las aulas. Los trabajos de aula y las diferentes tareas asignadas a los alumnos son el instrumento más potente sobre los que se clarifica la dinámica instructiva.

CONCLUSIONES

En este trabajo se muestran los diferentes requisitos que deben ser analizados para que desde la infancia temprana se adquiera un buen dominio matemático en Educación Infantil. Es fundamental la adecuación entre la competencia cognitiva de I@s aprendices y los procedimientos en acción de I@s enseñantes. La necesidad de externalizar los procesos en uso en el aprendizaje/enseñanza se convierte en el mejor facilitador para evitar las dificultades innecesarias.

BIBLIOGRAFÍA

- AEBLI, H. (1988). *12 Formas básicas de enseñar*. Madrid. Narcea.
- BARSALOU, L. W. (1989); Intraconcept similarity and implications for interconcept similarity. En S. VOSNIADOU; A. ORTONY (Ed.) **Similarity and analogical reasoning**. Cambridge. Cambridge University Press. 76-114.
- BAROODY, A. J. (1987); *Children's Mathematical Thinking: A Developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers*. Teachers College. El pensamiento matemático de los niños. Madrid. Visor y MEC.
- D.C.B. (1989). *Diseño Curricular Base*. Educación infantil. MEC.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995); *Didáctica de las matemáticas en la educación infantil*. Madrid. Ediciones Pedagógicas.
- FLAVELL, J. H. (1985/93). *Habilidades numéricas básicas*. En: *El desarrollo cognitivo* Madrid. Aprendizaje Visor, 99-113.
- KAMII, C. (1982). *Number in Preschool and Kinder*. Washishton. NAEYC. (El número en la educación preescolar. Madrid, Visor, 1984).
- KARMILOFF- SMITH, A. (1992/94). *El niño como matemático*. En: *Más allá de la modularidad*. Madrid. Alianza Psicología; 119-146.
- LANGER, J. (1984): La formación de conceptos y símbolos en niños pequeños. *Infancia y aprendizaje*. 25, 21-27.
- PIAGET, J. (1967); *La génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificación y seriación*. Buenos Aires. Guadalupe.
- RESNICK, L. B. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona. Paidós. MEC.
- VILLUENDAS, M. D. (1986); *La identidad cognitiva. Estructura mental del niño entre 4 y 7 años*. Madrid. Narcea.