

ANÁLISIS DEL MODELO DIDÁCTICO DE VAN HIELE EN EL PROYECTO EDELVIVES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

**Cabrerizo Palomo, I.
Virumbrales Pérez, J. A.**

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación que presentamos con el título “análisis del modelo de Van Hiele en el proyecto Edelvives de Educación Primaria” constituye un estudio de la geometría en los textos de Edelvives en Educación Primaria. Tras un resumen de este modelo de enseñanza/aprendizaje, hemos contrastado la adaptación curricular del mismo y realizado una clasificación de los tópicos de geometría por niveles y fases.

FUNDAMENTACIÓN

La fundamentación del presente documento está basada en los trabajos e investigaciones de los profesores e

investigadores holandeses Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldorf que crearon y aplicaron en sus alumnos el modelo didáctico, que lleva su nombre, para el aprendizaje de la geometría.

El modelo de Van Hiele consta de dos partes: La primera de ellas es descriptiva, ya que identifica una secuencia de tipos de razonamiento, llamados «niveles de razonamiento», a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de los alumnos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en este campo.

Niveles de conocimiento: A grandes rasgos los niveles de conocimiento son los expresados en la tabla siguiente.

	Elementos explícitos en el nivel	Elementos implícitos en el nivel
Nivel 1 (de reconocimiento)	Figuras geométricas en sí mismas, las figuras son realidades individuales.	Partes y propiedades de las figuras.
Nivel 2 (de análisis)	Partes y propiedades de las figuras.	Implicaciones entre las partes y propiedades.
Nivel 3 (de clasificación)	Implicaciones entre las partes y propiedades.	Deducción formal de teoremas, formalización.
Nivel 4 (de deducción formal)	Deducción formal de teoremas, formalización.	

La otra parte del modelo da a los profesores unas directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que puedan alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento; estas directrices se conocen con el nombre de «fases de aprendizaje».

Fases de aprendizaje: Una breve descripción.

1ª fase: Información. Toma de contacto con el campo de estudio, presentación de los materiales, problemas y recursos, puede utilizarse también en la preevaluación.

2ª fase: Orientación dirigida. Su principal objeto es que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan los conceptos, propiedades principales y actividades de carácter elemental en el área de la geometría, relativas al nuevo nivel.

3ª fase: Explicitación. La misión de esta fase consiste en el intercambio de experiencias y puntos de vista divergentes entre los estudiantes, y en el afianzamiento del nuevo vocabulario que acaban de adquirir.

4ª fase: Orientación libre. Tiene por objeto el que los alumnos apliquen los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones y actividades de mayor nivel de complejidad, cuyo núcleo debe de estar compuesto por combinaciones de sus propiedades y aplicaciones de los nuevos conceptos.

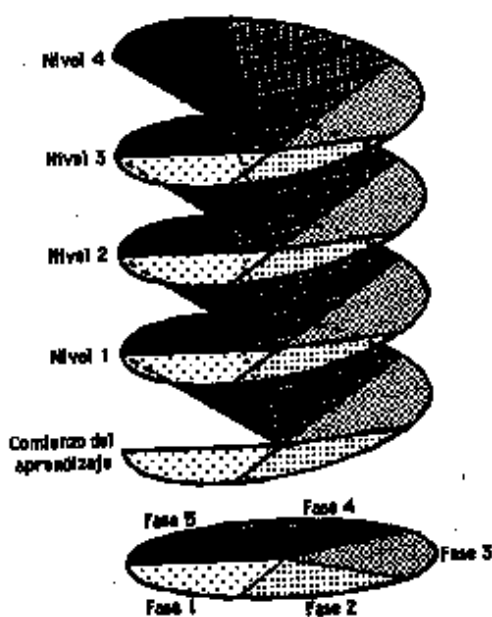
5ª fase: Integración. Es la fase en la que el estudiante adquiere una visión global de los contenidos, en ella deben ser capaces de sintetizar y relacionar los nuevos conceptos aprendidos con otros campos que hayan estudiado anteriormente.

El paso de un nivel a otro se produce de manera cíclica a través de las fases de aprendizaje, el desarrollo del aprendizaje tiene que seguir una línea helicoidal como muestra la figura 1 (A. Jaime y A. Gutiérrez, 1990), es decir hacia arriba según se avanza en los niveles en una ascensión que tiene que llevarse a cabo progresiva y circularmente a través de las fases.

EL PROYECTO EDELVIVES EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Para poner de manifiesto el seguimiento hecho en los 6 textos de educación primaria del proyecto Edelvives del modelo de aprendizaje de Van-Hiele, proponemos el estudio individual de los siguientes tópicos, «círculo y circunferencia» y «ángulos», desarrollados a través de unas tablas que indican, de izquierda a derecha, el progreso realizado a lo largo de un curso y, de arriba a abajo, el progreso a través de los diferentes cursos. El trancurso ideal que debería reflejarse en estas tablas es un transcurrir progresivo y continuo hacia la izquierda y hacia abajo, sin experimentar saltos o retrocesos mayores de un nivel, tanto logitudinal como transversalmente. A la vista del esquema del tópico «círculo y circunferencia» se puede observar que los textos mantienen la estructura propuesta por el modelo, ya que se produce un desarrollo progresivo por cursos de los niveles.

A la vista del esquema del tópico «ángulos» se puede observar que se desarrolla prácticamente en el nivel 2 y apenas es apreciable la progresión. Hay que destacar la interrupción del estudio del tópico en el 2º curso, y que el nivel 4 de deducción formal de teoremas se realizará en su totalidad en los cursos de secundaria.



CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

	NIVEL 1º	NIVEL 2	NIVEL 3º	NIVEL 4º
1º	Presentación general de figuras, entre las cuales, aparecen circunferencias, círculos o algunas de sus partes. (1) (5)			
2º	Presentación del círculo y circunferencia (1) Presentación visual de los elementos de la circunferencia. (1) (5)			
3º		Definición de circunferencia, radio y diámetro. (1) (2) Definición de cuerda, arco y semicircunferencia. (4) Posición relativa recta-circunferencia. (4) Métodos instrumentales de medida de la circunferencia. (3) Círculo y figuras circulares. (1) (2) (3) Relación-diferenciación círculo-circunferencia. (4) (5)		
4º		La circunferencia, radio y circunferencia. (5). Longitud de la circunferencia (1) (2) (4) Posiciones relativas entre dos circunferencias. (1) (2)	Relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. (1) (2) Posiciones relativas recta-circunferencia. (1) (2) El círculo y sus elementos. (1) (2) Área del círculo. (1) (2) (3) (4) (5)	
5º		Definición de circunferencia, círculo y sus elementos constitutivos. (1) Posición relativa recta-circunferencia. (2) Posiciones relativas entre dos circunferencias. (1) (2)	Ángulos central e inscrito, relación entre ellos. (1) (2)	Obtención formal del área del círculo (1) (2)

Observaciones: (los números entre parentesis indican la fase de aprendizaje correspondiente).

1. Durante los cursos 1º y 2º, que constituyen el primer ciclo de la educación primaria, no se produce una separación entre los temas y tópicos de la geometría, la materia aparece presentada como un todo que introduce a los alumnos las figuras y cuerpos geométricos.

2. En la definición de circunferencia se omite que es una línea curva plana. También convendría matizar la frase «el diámetro equivale a dos radios», numéricamente el segmento diámetro mide el doble que el segmento radio sin embargo el diámetro no equivale a la unión de dos radios cualesquiera, sino a dos radios que se encuentren sobre la misma recta.

3. En la definición de circunferencia «línea curva y cerrada, cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado centro», debería aparecer explícitamente la palabra radio.

4. Estudio desde un punto de vista más complejo, implícita la distancia de un punto a una recta.

5. Entre los elementos se definen semicírculo, sector circular, segmento circular, cuadrante y corona circular. En la definición de círculo sería conveniente sustituir la palabra «limitado» por «delimitado». Por último en la definición de cuadrante pensamos que hubiera sido más apropiado, para conseguir un mayor nivel de integración entre los contenidos, utilizar en la definición los términos «sectores circulares iguales» en vez de los utilizados «partes iguales».

6. Se introduce el número π mediante aproximación, la actividad se podría haber realizado en papel milimetrado para conseguir mayor precisión.

7. Podría haberse relacionado la posición de las dos circunferencias con la magnitud de sus radios y con la distancia entre centros y abordar el tema en un nivel 3.

ANGULOS

	NIVEL 1°	NIVEL 2°	NIVEL 3°	NIVEL 4°
1°	Presentación líneas rectas. (1)			
2°				
3°	¹ Def. línea recta. (1) (2) Ángulos rectos, agudos y obtusos. (4)	² Presentación de rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas. (1) (2) Región angular. (2) ³ El ángulo y sus elementos. (4) (5). ⁴ Clasificación de ángulos. (4) (5) Ángulos de un triángulo. (2) Clasificación de triángulos según sus ángulos. (4) Ángulos de un cuadrilátero. (2)		
4°		Paralelismo, perpendicularidad y oblicuidad. Región angular. (4) ⁴ Trazo de perpendiculares. (4) ⁵ Presentación de ángulos. (1) El ángulo y sus elementos. (1) ¹ Amplitud de ángulos. (2) (3) Clasificación de ángulos. (2) (3) Ángulos consecutivos y adyacentes. (4) Ángulos suplementarios, suplementarios y opuestos por el vértice. (4)		
5°	Presentación de recta y punto. (1) (2)	² Paralelismo, perpendicularidad y oblicuidad. (1) (2) ⁶ Trazo de perpendiculares y mediatrices de un segmento. Regla y compás. (4) Medida de ángulos con transportador. (2) (3) Construcción de ángulos. Bisectriz. (4) Suma de ángulos. (4)	⁷ Relación entre los ángulos de un triángulo. (1) (2) (3) (4) Perpendicularidad entre líneas y planos. (4) Relación entre los ángulos de un cuadrilátero. (1) (2).	
6°		El ángulo y sus elementos. Clasificación. (2) Ángulo obtuso. (2) (3) (4) ⁸ Ángulo llano, arco y completo. (2) (4) Ángulos consecutivos y adyacentes. (2) (4) Def. grado y medida de ángulos. (4) Bisectriz. (4) Sistema sexagesimal. Medida angular. (2) (4) Suma y resta de ángulos. (2) Multiplicación y división de ángulos por un número natural. (2).	¹¹ Bisectriz. (Ejercicio). (2) Ángulos opuestos por un vértice. (2) (4) ¹² Ángulos centrales formados en una circunferencia. (2).	

OBSERVACIONES:

1. Cuando incluimos un aspecto en fase 3, queremos destacar que aparecen actividades que se prestan al contraste de resultados en el aula, pero por supuesto será el propio profesor y no sólo el texto el que plasmará esta fase en el aula bajo su criterio.

2. En general la fase 5 de cada nivel se desarrolla en actividades situadas al final de cada tema

3. Se incluyen los temas de rectas y sus posiciones relativas porque se introduce el concepto de ángulo a partir de ellas. En el 3º curso se define línea recta con

conceptos que el alumno desconoce: sucesión, punto, dirección ...

Sería más propio hacer una presentación gráfica buscando modelos reales, resaltemos que en 5º curso se introduce el concepto de recta sin la necesidad de una definición.

En el texto de 3º, llama la atención la falsa presentación de rectas oblicuas utilizando rectas que se cruzan. En una primera introducción es más conveniente utilizar rectas coplanarias, el efecto de la perspectiva podrá mostrar como oblicuas rectas que son perpendiculares. Además, puesto que aún no conocen el concepto de dis-

tancia (ni por supuesto el de mínima distancia) es poco adecuado basar el concepto de paralelismo en esta idea.

4. Aunque el texto plantea el concepto de ángulo desde el 2º nivel el alumno recorrerá el 1º nivel con mayor o menor rapidez. Pensamos que la definición de ángulo dada en el texto de 3º sería más correcta de la siguiente manera: «Ángulo es la región plana limitada por dos semirrectas que tienen el mismo origen» para así evitar que lo definido entre en la definición («Ángulo es la región angular ...»). La definición correcta se da en el texto de 5º.

5. Aparecen explícitamente las partes y propiedades de los ángulos y se realiza una clasificación; Para ello es necesario que, al menos implícitamente se establezcan relaciones entre esas propiedades. Nos encontramos en el nivel 2º pero se intuye un acercamiento al nivel 3º. Ocurre algo similar con la clasificación de triángulos atendiendo a sus ángulos.

6. Quizá se debería incluir la enseñanza de otro método para trazar perpendiculares a un segmento que permitiera prolongar dicha perpendicular para obtener más claramente el punto de intersección.

7. En el texto de 4º, se incluye en la presentación de ángulos un ejercicio en fase 5, ya que es necesario aplicar todos los conocimientos sobre ángulos que van a realizar los alumnos a posteriori, por tanto éste debería ser realizado al concluir el tema.

8. En la definición de perpendicularidad se tendría que precisar que las cuatro regiones angulares en las que se

divide el plano son iguales, aunque esto tampoco sería del todo correcto puesto que estaríamos hablando de igualdad entre superficies infinitas. Sería conveniente cambiar regiones angulares por ángulos iguales, atendiendo a la abertura de las semirrectas.

9. Se ponen de manifiesto relaciones entre propiedades y aparece implícita la "pseudodemostración" del teorema de la suma de los ángulos de un triángulo. Este desarrollo sólo es válido para determinados triángulos, se pueden hacer otras manipulaciones más sencillas, incluso una demostración dinámica del resultado p.e. girando un lápiz sobre cada vértice y fijándonos en sus posiciones inicial y final lo que es válido también para la demostración de la suma de los ángulos de un cuadrilátero.

10. Se define y se dan las medidas de los ángulos llano, nulo y completo. Lo adecuado hubiera sido definirlos sin dar su medida ya que el grado se introduce posteriormente. Además se define grado a partir de un transportador y pensamos que sería más conveniente hacerlo a partir de un círculo cualquiera.

11. El estudio de la bisectriz comienza desde el nivel 2 sin embargo en una de las actividades propuestas se produce un salto al nivel 3; Se produce una generalización de propiedades a partir de ejemplos particulares.

12.- Las actividades que se proponen son de nivel 3, se produce un salto cualitativo al pedirse una expresión general (aunque sea de forma empírica) que ligue al ángulo inscrito con su correspondiente central.

BIBLIOGRAFÍA

Editorial Edelvives 1º, 2º, 3º, 4º, 5º y 6º de Educación Primaria.

Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. A. Jaime Pastor y A. Gutiérrez Rodríguez.