

EL TEOREMA DE PROBABILIDAD TOTAL Y EL TEOREMA DE BAYES COMO BASE DEL ANÁLISIS DE DECISIONES CLÍNICAS

*Tardáguila García, P.
Díaz Leno, M. S.
Martín Rodríguez, J.*

1. TOMA DE DECISIONES EN MEDICINA

La toma de decisiones, en Medicina, ha sido y es con frecuencia, un proceso implícito que depende de ciertas inexactitudes que van desde un error de laboratorio hasta la ambigüedad de los hallazgos clínicos o la falta de seguridad en el significado de una información, aún cuando sepamos que es correcta.

El análisis formal de las decisiones emplea el lenguaje de la probabilidad para reflejar la inexactitud de los datos clínicos y su relación con la enfermedad.

El análisis de decisiones no es un método para descubrir verdades científicas, sino un procedimiento dirigido a la selección de la estrategia que maximice las consecuencias favorables o minimice los resultados adversos; es decir, indica el curso de acción óptimo en situaciones de incertidumbre diagnóstica.

Probablemente, el objetivo más importante de la actividad asistencial sea mejorar el curso clínico de los pacientes. Para ello es imprescindible un diagnóstico y un tratamiento correcto.

En la mayoría de las situaciones clínicas se dispone de un tratamiento de elección que el médico prescribe rutinariamente. En estas situaciones no hay nada que decidir y el médico se siente tranquilo porque cree que está haciendo lo mejor. Pero a veces se le plantean situaciones complejas en las que tiene que tomar una decisión para la que no hay respuesta fácil.

El médico puede fiarse de su intuición y experiencia ante casos similares, consultar con otros compañeros con más experiencia o revisar la literatura en busca de publicaciones que evalúen la eficacia y seguridad de los distintos tratamientos.

Generalmente la experiencia personal no es suficiente para valorar probabilísticamente las ventajas e inconvenientes del tratamiento y lo mismo puede ocurrir con la opinión de otros colegas; es preciso combinar la experiencia con la revisión crítica de la literatura.

En todas aquellas situaciones en las que la toma de decisiones es complicada podremos utilizar lo que en epidemiología, y por supuesto en Estadística, se conoce como **análisis de decisiones clínicas**.

Esta técnica sigue una serie de pasos secuenciales: crear un árbol que recoja la secuencia lógica del problema, asignar probabilidades a las ramas, asignar utilidades a cada curso de acción, combinar las probabilidades de cada consecuencia y analizar si nuestra decisión sigue siendo la óptima aun cuando se produzcan cambios razonables en la probabilidad o en la utilidad de cada rama del árbol (análisis de sensibilidad).

2. ÁRBOL DE DECISIONES

El análisis de decisiones fragmenta un problema complejo en una serie de problemas más pequeños, que se pueden abordar por separado. Después de obtener soluciones satisfactorias para los pequeños problemas, el formalismo de la teoría de la decisión los recombina en un modelo que acomete los problemas más complejos; esta técnica de resolución de problemas recibe el nombre general de “modularización”.

El análisis de decisión clínica consta, como ya señalamos, de varios pasos.

Paso 1º: Diseño del árbol de decisión que especifique explícitamente el conjunto de estrategias disponibles y los resultados más relevantes

Identificaremos las decisiones, es decir las acciones sobre las que el clínico tiene control, con cuadrados, los sucesos fuera del control del decisor, con círculos, y los resultados con rectángulos.

El árbol parte de un **nudo** del cual salen diversas opciones que conducen a las posibles alternativas de los acontecimientos ajenos a la voluntad del decisor (**estados de la naturaleza**).

El **nudo de decisión** corresponde al momento en el que el decisor tiene bajo su control elegir una u otra serie de acciones. El curso natural de los acontecimientos transcurrirá, en gran parte, sin someterse a la voluntad del decisor. Las distintas posibilidades que emergen de una situación dada arrancan de un **nudo de azar**, representado por un *círculo*.

El resultado final correspondiente a cada rama del árbol es representado por un rectángulo o **nudo terminal** en cuyo interior se representa la realidad pertinente. El valor de cada resultado se conoce como **utilidad asignada**.

La ramificación del árbol puede ser dicotómica, tricotómica o multicotómica; es decir, de cada nudo de azar pueden partir dos, tres, o más ramas. Una trayectoria o camino, en un árbol de decisiones, es una secuencia particular de acciones.

Paso 2º: Análisis de la decisión, consistente en concretar la probabilidad de cada suceso en términos numéricos, desde cero hasta uno.

En el diagrama, de acuerdo con el postulado de exhaustividad, la suma de probabilidades de cada una de las ramas de los nudos de azar, será la unidad.

De un nudo pueden partir **k** ramas (sucesos inciertos) A_1, A_2, \dots, A_k , cada una con probabilidades p_i y resultado X_i , siendo posible evaluar la **utilidad media del nudo**.

Paso 3º: Asignación de una utilidad a cada resultado, es decir, a cada una de las consecuencias de un curso de acción.

La medida de las preferencias del enfermo para cada una de las consecuencias de los cursos de acción, se llama utilidad.

Para calcular la utilidad esperada de las diversas alternativas se suman los productos de los valores de los resultados, por la probabilidad de cada una de ellas. (Folding back).

La utilidad esperada representa la **esperanza matemática de la utilidad asignada a las ramas parciales del árbol**.

La estrategia elegida será aquélla que proporcione el máximo de utilidad esperada.

Paso 4º: Efectuar un “análisis de sensibilidad” sobre el modelo de decisión, variando una o varias probabilidades.

Se dice que la decisión es sensible a dicha probabilidad y por tanto, la estrategia recomendada cambia a un cierto umbral de probabilidad.

Si la estrategia recomendada no varía dentro de un rango de incertidumbre razonable, es posible recomendar dicha estrategia con mayor confianza.

Con fines didácticos desarrollaremos un ejemplo típico tomado de la literatura, convenientemente adaptado. (Para más detalles, consultar: Weistein, M.C. & Fineberg, H.V. (1980) *Clinica Decision Analysis*. Ed. Saunders Company.)

3. EJEMPLO PRÁCTICO

3.1. Planteamiento del problema

Un paciente llega al Servicio de Urgencias de un Hospital aquejado de un fuerte dolor en el abdomen. El médico de urgencias sabe que puede estar sucediendo uno de los tres sucesos siguientes:

A₁: Que el paciente tenga apendicitis perforada (Perf)

A₂: Que el paciente tenga apendicitis inflamada (Inf)

A₃: Que el paciente presente un dolor inespecífico (Dines)

El doctor duda entre actuar inmediatamente (Decidir ahora), o mantener 6 horas al paciente en observación y actuar según la evolución (Esperar 6 horas).

El doctor sabe por los datos que constan en el Servicio de Urgencias que:

$$p(A_1) = 0.03$$

$$p(A_2) = 0.13$$

$$p(A_3) = 0.84.$$

Ante cualquiera de las tres posibles soluciones hay un suceso que puede producirse y es que el paciente puede morir (M).

El médico conoce además que 27 de cada 1000 pacientes que tienen su apendicitis perforada mueren si se opera inmediatamente: $P(M/A_1)=0.027$, y conoce también que $P(M/A_2) = 0.001$ y $P(M/A_3) = 0.0007$.

$$P(M/A_1)=0.027$$

$$P(M/A_2) = 0.001$$

$$P(M/A_3) = 0.0007$$

En caso de no operar (No Operar) esos valores cambian considerablemente ya que 500 de cada mil mueren tanto si la apendicitis está inflamada, como si está perforada, y ninguno muere si se trata de un dolor inespecífico.

El médico dispone de la información similar para el caso en que la decisión sea esperar seis horas, la cual aparece recogida en el árbol que se adjunta; así mismo, en éste aparece también reflejada la información descrita más arriba.

La lectura del resto de la información del árbol es sencilla: por ejemplo, cuando se mantiene a los pacientes en observación se sabe que un 13% empeoran (Empeorar), un 36% permanece con los mismos síntomas (Estable) y un 51% mejoran (Mejorar).

En caso de empeorar la probabilidad de que la apendicitis esté perforada es de 0.25, la probabilidad de que esté inflamada es 0.75, y la probabilidad de que se trate de un dolor inespecífico es cero.

El nº de individuos que mueren depende, obviamente, de la decisión del médico.

Si tras un periodo de observación el paciente empeora y la decisión fue no operar, 500 de cada mil de los que tienen apendicitis perforada mueren, pero si la decisión es operar, solo mueren 27 de cada mil.

La lectura del resto de las ramas del árbol es similar. (Ver figura 2.4).

3.2. Análisis de la estrategia óptima

Para resolver el problema hemos de tener en cuenta el Teorema de la Probabilidad Total, según el cual:

$$P(M) = P(M \cap A_1) + P(M \cap A_2) + P(M \cap A_3) = \\ = P(M/A_1)P(A_1) + P(M/A_2)P(A_2) + P(M/A_3)P(A_3)$$

Consideremos la rama superior del árbol de decisiones que se incluye en la figura 2 y analicemos la información relativa al nudo aleatorio B (ver figura 1):

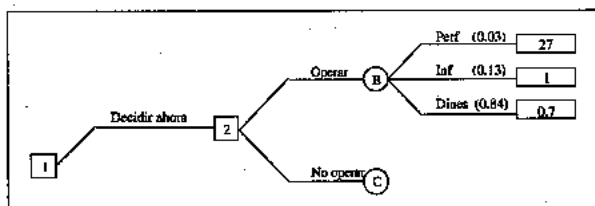


Figura 1: Situación correspondiente al nudo B

En este caso,

$$P(M) = 0.027 \cdot 0.03 + 0.001 \cdot 0.13 + 0.0007 \cdot 0.84 = \\ = 0.00153 = 1.53 \%$$

Así pues, el valor asignado al nudo B es 1.53‰ (ver figura 1)

Por tanto, para el nudo aleatorio (B), la conclusión es:

Si decide ahora, y la decisión es operar, el número de muertos esperado es 1.53‰

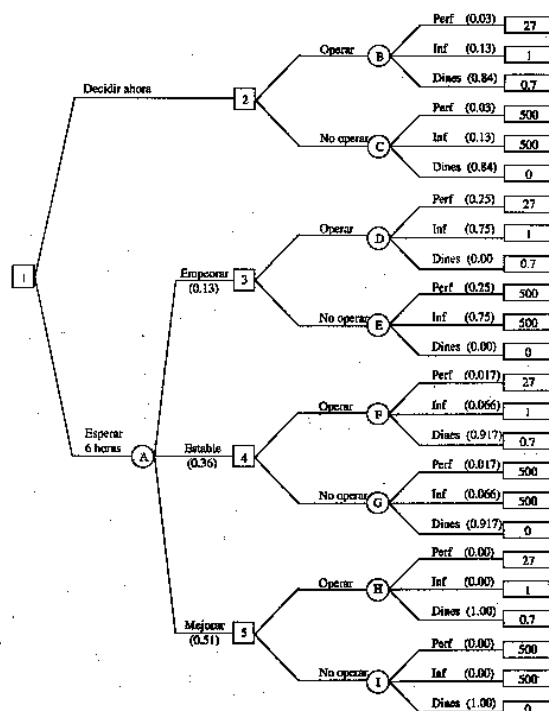


Figura 2: Árbol de decisión para el ejemplo de la apendicitis. Adaptado de Weinstein & Fineberg (1980).

Para el nudo (C) la situación es:

$$P(A_1) = 0.03 \quad P(M/A_1) = 550/1000 = 0.5$$

$$P(A_2) = 0.13 \quad P(M/A_2) = 0.5$$

$$P(A_3) = 0.13 \quad P(M/A_2) = 0.5$$

De donde,

$$P(M) = P(M/A_1)P(A_1) + P(M/A_2)P(A_2) + P(M/A_3)P(A_3) = \\ = 0.5 \cdot 0.03 + 0.5 \cdot 0.13 + 0.084 \cdot 0 \cdot 0.84 = 0.015 + \\ + 0.065 = 0.08$$

Por tanto, para el nudo (C), la conclusión es:

Si decide ahora y la decisión es no operar, el número esperado de muertos es 80 de cada 1000

Teniendo en cuenta la información para los dos nodos aleatorios de la rama superior del árbol, podemos efectuar la asignación al nudo decisional 2 (figura 3):

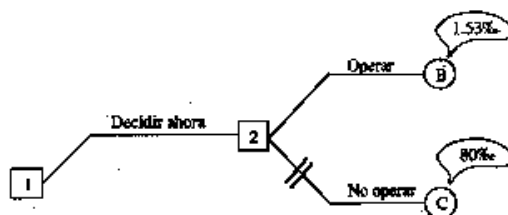


Figura 3: Valor asignado al nudo 1

De entre las dos anteriores, B y C, la peor estrategia sería la asociada al nudo ③ luego si el médico decide en el momento, lo más coherente es decidir operar, ya que el número esperado de muertos es considerablemente más bajo.

Descartamos pues la rama que lleva al nudo ③, en el gráfico aparecerá tachado //, y le asignaremos al nudo 2 el valor 1,53 que es el correspondiente a la rama que lleva a ④.

Así pues, la conclusión relativa a la rama superior del árbol es, pues:

En caso de “decidir ahora”, la decisión óptima es “operar”.

Los nudos de azar D, E, F, G, H, I, llevan un análisis idéntico, tomando en cada caso los datos del árbol adecuados y los resultados obtenidos son:

Nudo D: 7,5 Nudo E: 500 Nudo F: 1,71

Nudo G: 41,5 Nudo H: 0,7 Nudo I: 0,1

Las conclusiones parciales, correspondientes a los nudos decisionales 3, 4 y son 5, pues:

Nudo 3

Si el médico decidió esperar, y durante las horas de observación, el paciente empeora, la estrategia óptima es operar.

Nudo 4

Si el médico decidió esperar, y durante las horas de observación, el paciente permanece con los mismos síntomas, la estrategia óptima es operar.

Nudo 5

Si el médico decidió esperar, y durante las horas de observación el paciente mejora, la estrategia óptima es no operar.

El último paso es analizar la información correspondiente al nudo de azar ① la información disponible es la siguiente (figura 4):

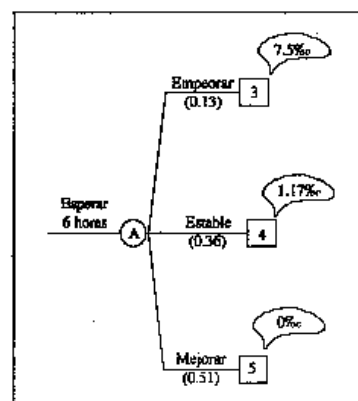


Figura 4: Información correspondiente al nudo de azar A

$$P(\textcircled{A}) = 0.0075 \cdot 0.13 + 0.00117 \cdot 0.36 + 0 \cdot 0.51 = 0.001396 \approx 0.0014$$

Por tanto, la conclusión para el nudo ① es:

Nudo ①

Si decide esperar 6 horas, cabe esperar 1.4 muertos de cada mil

Para el nudo decisional 1 la situación es (figura 5)

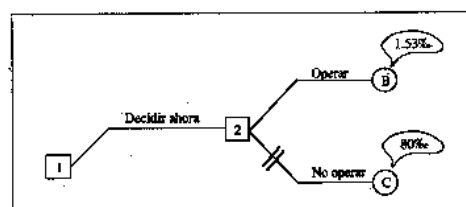


Figura 5: Situación del nudo decisional 1

Descartamos, pues, la rama superior, y aconsejaremos como estrategia óptima, tras el análisis:

Estrategia óptima:

Esperar 6 horas y valorar la evolución

BIBLIOGRAFÍA

- REGGIA, J. A. & TUHRIM, S. (eds) (1985): Computer-Assisted Medical Decision Making. Volume 1. Springer-Verlag. New York.
- REGGIA, J. A. & TUHRIM, S. (eds) (1985): Computer-Assisted Medical Decision Making. Volume 2. Springer-Verlag. New York.
- JENICEK, M. & CLEROUX, R. (1984): Epidemiologie. (principes, techniques et applications). Edisem. Quebec.
- WEINSTEIN, M.C. & FINEBERG, H.V. (1980): Clinical Decision Analysis. Ed. Saunders Company.
- GRINER, P.G.; RAYMOND, J.M.; MUSHLIN A.I. & GREENLAND, P. (1981): Selection and Interpretation of diagnostic test and procedures. Annals of International Medicine. Vol 94, nº 4 (Part 2).
- HANKE, J. E. & REITSCH, A. C. (1997). Estadística para negocios. Ed. Mc Graw Hill / Irwin. Madrid.