

## UNA EXPERIENCIA CON FRISOS Y MOSAICOS

**Fernández Benito, I.  
Santa Olalla Tovar, J.M.**

### 1. INTRODUCCIÓN

En el curso 96/97, junto con diez alumnas y alumnos de Tercero de E.S.O. del I.E.S. de Laguna de Duero, formamos un grupo para disfrutar con las matemáticas. El tema elegido fue “**Frisos y Mosaicos**”. El trabajo se realizó mediante reuniones, que se celebraron durante una hora a la semana en horario extraescolar, y experiencias fuera del aula.

Las alumnas y alumnos participaron voluntariamente, tenían buena predisposición hacia las matemáticas y buenas calificaciones en todas las áreas. Tanto el tamaño del grupo como sus cualidades facilitaron el trabajo y propiciaron que el aprendizaje fuera más fluido. Los objetivos que nos propusimos son los siguientes:

- Acercarnos a la Geometría, para descubrir la relación que tiene con el arte, la arquitectura, y el diseño.
- Descubrir esta relación por medio de actividades participativas, tanto en el aula como visitando los lugares que son objeto de estudio.
- Propiciar en los alumnos un amor y un conocimiento más profundo de la cultura de su provincia, de su comunidad autónoma, y de su país.
- Mostrar que las matemáticas ofrecen posibilidades de apreciar y comprender el mundo cotidiano de una forma lúdica.

### CONTENIDOS

#### Bloque I. Teselaciones con polígonos.

- ¿Qué entendemos por mosaico?
- Polígonos cóncavos y convexos.
- Construcción de mosaicos con polígonos regulares iguales o distintos.
- ¿Cuál es el mayor número de lados de un polígono convexo, construido con triángulos equiláteros y cuadrados?

- Mosaicos regulares. ¿Qué polígonos regulares rellenan el plano?

- Teselaciones con polígonos no regulares.

#### Bloque II. Movimientos en el plano.

- Vectores fijos y vectores libres. (Módulo, dirección y sentido).
- Operaciones con vectores.
- Ángulos orientados y distancias.
- Isometrías del plano: Traslaciones, giros, simetrías y deslizamientos.
- Definición, elementos, composición y clasificación atendiendo a la conservación de la orientación.

#### Bloque III. Frisos.

- ¿Qué entendemos por friso?
- Isometrías para construir un friso a partir de una baldosa generadora.
- Clasificación de los frisos atendiendo al grupo de isometrías que lo dejan invariante.

### 3. METODOLOGÍA Y ACTIVIDADES

**En el Aula.** Los contenidos fueron presentados mediante actividades variadas que eran realizadas, prácticamente en su totalidad, en la hora de reunión semanal. A fin de conseguir un aprendizaje significativo y entretenido, se trabajó sobre todo con materiales manipulativos, (polígonos de plástico, cartulinas, instrumental de dibujo, recortables, tijeras, pegamento....), no eludiendo la demostración formal en algunos casos. Aunque ésta, siempre aparecía después de comprobaciones en casos particulares.

Las **actividades** correspondientes al **primer bloque** de contenidos fueron éstas:

*Actividad 1.* Busca y dibuja mosaicos que encuentres a tu alrededor.

*Actividad 2.* Construye en papel cuadriculado un mosaico con cuadrados de lados 3 y 5.

*Actividad 3.* Forma, con cuadrados y triángulos equiláteros, todos los polígonos convexos posibles y cuenta sus lados. Demuestra que, como máximo puedes conseguir doce lados.

*Actividad 4.* Construye mosaicos con figuras poligonales. (Letras, números, poliminós...)

*Actividad 5.* Investiga, dibujando, que polígonos no regulares rellenan el plano.

*Actividad 6.* Demuestra que entre los polígonos regulares sólo los triángulos, los cuadrados, y los hexágonos llenan el plano.

Para trabajar el **segundo bloque** de contenidos nos fueron muy útiles los recortables, la regla y el compás. Todos los movimientos se realizaron pegando figuras recortadas. Fue necesario introducir los conceptos de vectores y de operaciones con vectores. Se definieron todas las isometrías del plano a medida que se fue avanzando en el desarrollo del programa, haciendo incapié en la conservación de la orientación de los ángulos.

*Actividad 7.* Identifica que vectores son equipolentes entre varios y da sus coordenadas.

*Actividad 8.* Realiza la traslación de una figura con distintos vectores.

*Actividad 9.* Descubre el movimiento que resulta al componer dos traslaciones.

*Actividad 10.* Determina todos los posibles centros de giro que transformen un punto en otro.

*Actividad 11.* Realiza giros de  $180^\circ$  usando solamente la regla.

*Actividad 12.* Busca el centro y el ángulo del giro que transforma una figura en otra.

*Actividad 13.* ¿Qué ocurre cuando una figura se gira con distintos centros y el mismo ángulo?

*Actividad 14.* Comprueba el movimiento resultante al componer dos giros del mismo centro.

*Actividad 15.* Comprueba el movimiento resultante al componer dos giros de distinto centro.

*Actividad 16.* Obtén las figuras simétricas de otras respecto de un eje dado.

*Actividad 17.* Averigua el movimiento que resulta al componer dos simetrías de ejes paralelos y de ejes secantes. Identifica todos los elementos de las isometrías obtenidas.

*Actividad 18.* Diferencia los deslizamientos de las restantes isometrías del plano.

*Actividad 19.* Comprueba que en todo deslizamiento la simetría conmuta con la traslación.

Para abordar los contenidos del **tercer bloque** a parte de los materiales citados anteriormente, también hemos utilizado fotografías, diapositivas, fotocopias de grabados, etc.

*Actividad 20.* Identifica, entre varios grabados diferentes, cuales son los frisos.

*Actividad 21.* Construye distintos frisos a partir de una baldosa.

*Actividad 22.* Clasifica varios frisos, atendiendo al grupo de movimientos que los dejan invariantes.

*Actividad 23.* Construye tu propio motivo decorativo y realiza con él los siete tipos de frisos.

*Actividad 24.* Clasifica los frisos formados por las letras del abecedario.

*Actividad 25.* Clasifica frisos que aparecen en balcones, verjas y edificios de Valladolid y Laguna de Duero.

**Fuera del aula.** Encuadramos en este apartado tanto las salidas para realizar “trabajo de campo”, toma de fotografías, visitas, como las exposiciones.

*Actividad A.* Visita a Valladolid. El objetivo de esta actividad fue un contacto directo con los frisos que aparecen en las decoraciones de los edificios del casco viejo de la ciudad. Se formaron dos grupos y cada uno de ellos fue recorriendo un itinerario con el fin de fotografiar y catalogar aquellos frisos que les resultaran más bellos, y a ser posible conseguir un ejemplar de cada uno de los siete grupos.

*Actividad B.* Exposición en el Instituto, con motivo de la celebración de la “Semana Cultural”, de los materiales elaborados en algunas de las actividades de aula y de la actividad A, antes reseñada. También fueron expuestas algunas fotografías de los propios alumnos realizando las actividades. Con esta exposición pretendimos dar a conocer el trabajo realizado. Esto trajo consigo la motivación de los alumnos que participaron en la experiencia al comprobar que su trabajo era valorado positivamente por los demás. También esperamos que haya servido para atraer a nuevas/os alumnas/os el próximo curso.

## VALORACIÓN

Destacamos alguno de los aspectos que valoramos más positivamente en esta experiencia:

- Los contenidos, aunque aparecen en su mayoría en el currículo de tercero de E.S.O., no se tratan habitualmente por falta de tiempo.
- Los alumnos encontraron adecuados a su nivel de conocimientos previos, los nuevos contenidos.
- Las demostraciones formales tuvieron mucho éxito y ellos mismos nos sorprendieron con algunas muy curiosas.

- Las preconcepciones erróneas en los conceptos de traslación giro y simetría fueron eliminadas.
- Los/as alumnos/as han preferido aquellas actividades en las que han manipulado materiales, en las que han diseñado sus propios modelos. Pero sobre todo las descritas como “actividades de fuera del aula”. En definitiva, hemos procurado potenciar la cooperación, la participación, el aprendizaje a partir de la experiencia, haciendo Matemáticas de forma lúdica, porque es importante pasarlo bien. Nuestra intención ha sido **atender a la diversidad** dando a los alumnos que lo necesitan más matemáticas que las que podemos ver en clase.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA, C., PÉREZ, R. Y RUIZ, C.: *Simetría Dinámica*. Síntesis. Madrid. 1989.
- ALSINA, C. Y TRILLAS, E.: *Lecciones de álgebra y geometría*. Gustavo Gili S.A. Barcelona. 1984.
- BLANCO, M. F.: *Movimientos y Simetrías*. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Valladolid. Valladolid. 1994.
- GRÜNBAUM, B. Y SHEPHARD, G. C.: *Tilings and Patterns*. Freeman. New York. 1987.
- HARGITAI, M. Y HARGITAI, István: *Symmetry a unifying concept*. Shelter Publications, Inc. Bolinas. 1994.
- JAIME, A. Y GUTIERREZ, A.: *El grupo de las isometrías del plano*. Síntesis. Madrid. 1996.
- MARTIN, G. E.: *Transformation Geometry. An Introduction to Symmetry*. Springer-Verlag. New York. 1982.
- MORA, J. A. Y RODRIGO, J.: *Mosaicos I*. Proyecto Sur de Ediciones S.A.L. Armilla (Granada). 1993.
- MORA, J. A. Y RODRIGO, J.: *Mosaicos II*. Proyecto Sur de Ediciones S.A.L. Armilla (Granada). 1993.
- RULL, F.: *Estudio de las propiedades de simetría de los bordados y encajes en la región de Castilla y León*. I.C.E. de la Universidad de Valladolid. Valladolid. 1987.
- VARIOS: “*La Alhambra*”. S.A.E.M. Thales. Granada. 1995.