

## EL ARTE DEL FRACTAL: M.C. ESCHER

**Martínez Cerdá, J.F.**

### COMUNICACIÓN

¿Puede darse el caso de que un artista gráfico, sin saber matemáticas, llegue a crear dibujos que sugieran la idea del infinito? ¿Qué formas deberá emplear? ¿Sería bueno que usase figuras puramente geométricas, tales como triángulos, rectángulos o hexágonos? ¿Quizás sería mejor que emplease arte abstracto? ¿Y si usamos elementos de la naturaleza que nos rodea?

Mauritss Cornelis Escher nació en 1898 en Leeuwarden (Países Bajos), y fue un creador de imágenes de estampas que rompieron radicalmente con las estéticas no solo de sus contemporáneos, sino que podríamos afirmar que fue un iniciador, un experimentador, un inventor de nuevas vías de expresión gráfica, dejando de su pluma unas obras que sentaron las bases para la investigación y la reflexión sobre ciertos conceptos acerca del dibujo y de la representación de la realidad valiéndose de él.

Entre sus hallazgos, tales como el desarrollo sobre la posibilidad de cubrir totalmente una superficie mediante figuras no solamente geométricas, cosa que habían hecho por ejemplo los musulmanes en sus mezquitas y palacios, sino utilizando también animales y personas, podemos citar uno que nos atañe mucho en la medida de que toca y juega con un concepto y unas ideas y unos problemas que tuvieron en vilo a las matemáticas durante algún tiempo: los fractales y la idea de infinito.

A finales del siglo XIX y principios del XX, debido a las investigaciones de Cantor, de Peano y de Koch, surgieron una serie de conjuntos y de curvas geométricas que durante años fueron consideradas como curiosidades matemáticas, pero que nadie se atrevía a estudiar debido a su tremenda complejidad.

Pero en 1967 Mandelbrot se puso manos a la obra y tras estudiarlos llegó a la conclusión de que dichos conjuntos compartían una característica, todos tenían una propiedad común: el hecho de que tanto el conjunto de

Cantor como la curva de Peano, así como la curva de Koch, eran semejantes en su forma, fuese cual fuese el trozo o la escala con la que las mirásemos. Surge así la idea de fractal: representación gráfica que tiene una forma sumamente irregular, o bien, sumamente interrumpida o fragmentada, y sigue siendo así a cualquier escala con la que realicemos el examen de la figura.

Así pues, en los fractales, sus partes, por pequeñas que sean, eran similares al todo.

Hemos llegado pues a la idea de fractal. Veamos por ejemplo la curva de Koch, una curva continua y cerrada que no tiene tangente en ningún punto, es de longitud infinita, aunque encierra un área finita y cuya longitud del arco entre dos puntos cualesquiera de dicha curva es infinita.

Para construir la citada curva actuaremos de la siguiente manera: partimos de un triángulo equilátero en el que cada lado lo hemos dividido en tres partes iguales. A continuación pegamos en el tercio central de cada uno de estos lados un triángulo equilátero como el del principio, pero de lado  $1/3$  de aquel, y así procedemos iterativamente. A cada paso, pues, tenemos una poligonal formada por  $4/3$  del lado original.

El fractal que obtendríamos sucesivamente tras los primeros pasos sería el siguiente:

El primer paso:



y en el segundo y en el tercero:



Para finalizar el artículo, refirámonos a la aplicación de esto en la enseñanza secundaria.

Por todos es conocido la dificultad que entrañan las matemáticas para los alumnos y las alumnas: el no llegar a motivar lo suficientemente, el no poder encontrar la manera de que estos encuentren una aplicación y un uso en el mundo real de esta ciencia, el hecho de que no conecten y la vean como algo extremadamente árido, y algunas otras razones que conocemos bien, como puede ser el que no tengan suficiente base, hacen que disminuya su interés y no obtengamos resultados gratificantes.

Aquí se propone, si me permiten la expresión, el abordaje del tema de las series, de la idea de infinito, mediante la introducción de elementos que seguramente el alumno desconoce y que casi con total seguridad le van a motivar profundamente.

De este modo encuentra y añade unos valores, como son la expresividad plástica, la creatividad, el arte, la cultura en definitiva, y todo mediante una motivación que nos conecta con las matemáticas.

Podemos y debemos hacer mentes críticas ante cualquier cosa. Debemos exigir exactitud y precisión, tal y como se construyen los fractales, para los cálculos matemáticos. Tenemos que hacer ver que la geometría nos puede ayudar a construir elementos que

imaginamos pero que no sabemos cómo llevarlos al papel, o incluso a crear cosas que ni siquiera imaginábamos.

Además de presentar al alumno algo tan importante y atractivo como son los fractales y las series, los cuales pueden ser vistos y tratados con un mayor énfasis debido a su carácter artístico desde otras asignaturas como Dibujo, o incluso Informática, las representaciones de Escher nos inducen a introducir temas como la partición regular de la superficie como técnica para aproximarnos e intuir el concepto de infinito.

Terminamos tal y como empezamos el título del artículo: con arte.

*«Dinos, Maestro, ¿qué es el arte?».*

*«¿Queréis oír la respuesta de los filósofos o la de los hombres ricos que decoran sus habitaciones con mis cuadros? ¿O acaso queréis oír la respuesta del rebaño que bala, oralmente y por escrito, ya la alabanza ya el vituperio de mi obra?».*

*«No, Maestro, queremos oír tu propia respuesta».*

*Tras un momento de reflexión, Apolonio respondió:*

*«Cuando veo, oigo o siento algo que otra persona ha hecho, y cuando soy capaz de descubrir en la huella que ha dejado su inteligencia, sus intenciones, sus*

## ANEXO 1.

8 / INTERNACIONAL

## La ONU propone un Consejo de Seguridad de 24 miembros

RFE, Nueva York

El presidente de la Asamblea General de Naciones Unidas, Ismail Razzali, de Malasia, anunció ayer un proyecto de resolución para que se aumente de 15 a 24 el número de miembros del Consejo de Seguridad mediante la adición de cinco permanentes sin derecho de veto y cuatro alternos.

Según la propuesta, dos de los cinco nuevos miembros permanentes del Consejo se elegirían entre los Estados industrializados, lo que satisface la demanda de Estados Unidos y otros países que consideran inexcusable la inclusión en esta categoría de Alemania y Japón, las dos grandes potencias derrotadas en la II-Guerra Mundial, que dio origen a la actual ONU.

Los otros tres permanentes se elegirían entre los Estados en desarrollo de mayor peso de África, Asia y América Latina. Se crearían además cuatro puestos para nuevos miembros no permanentes que surgirían de esos mismos continentes, además de otro para Europa del Este.

La propuesta, que está aún siendo discutida en el Grupo de Trabajo, prevé someter a votación de la Asamblea la propuesta de reforma del Consejo y la candidatura de los nuevos miembros el 28 de febrero de 1998. Se necesitan dos tercios de los votos.

## ANEXO 2.

7/4/87

## España amenaza a la UE con no firmar el nuevo Tratado si no aumenta su peso específico

A REDACCIÓN / SANTIAGO

El Gobierno español ha advertido a sus socios comunitarios que no firmará el nuevo tratado de la Unión Europea (UE), si no aumenta su peso específico en la toma de decisiones.

España considera que el "equilibrio" que existía en la Comunidad Europea de doce países, a la que se incorporó en 1986, quedó roto en 1985 con el ingreso de tres nuevos miembros (Austria, Finlandia y Suecia), según explicó a la prensa el secretario de Estado de Política Exterior y de Relaciones con la UE, Ramón de Miguel.

Entre las opciones que se estudian para reajustar el peso de los países más "grandes" dentro del proceso comunitario de decisión están la reponderación de sus votos dentro del Consejo de Ministros, el establecimiento de un sistema de doble mayoría que introduzca un criterio de población, y la elevación del umbral necesario para reunir mayorías cualificadas. (Página 38)