

LOS MÉTODOS BILOT COMO HERRAMIENTA DE DIAGNÓSTICO EN LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

**Díaz Leno, M.S.
Martín Rodríguez, J.
Tardáguila García, P.**

1. INTRODUCCIÓN:

La política educativa del Ministerio de Educación va encaminada hacia una enseñanza cada vez más personalizada y por ello, es por lo que los educadores debemos recordar que las estrategias del que aprende se desarrollan desde sus conocimientos ciertos. Parte de la tarea del Profesor es localizar ese conocimiento cierto y construir sobre él.

Los pedagogos coinciden en que mejorando el conocimiento inicial de los grupos, se obtienen mejores resultados en cada uno de ellos y éste es el objetivo de nuestro trabajo, conocer el nivel de conocimientos básicos de Matemáticas con el que los alumnos se incorporan a nuestro Centro en 3º de E.S.O. Para ello hemos construido una matriz de datos que recoge el porcentaje de alumnos/as que contestó correctamente cada ítem en cada uno de los grupos en los que se llevó a cabo una prueba inicial durante el curso 1995-1996. Sobre esta matriz analizaremos la respuesta que han tenido los distintos grupos a cada uno de los ítems, mediante un análisis estadístico basado en representaciones JK-Biplot (GABRIEL, 1971).

De modo general, puede decirse que la representación no es sino un mapa cognitivo que simplifica la realidad para hacerla manejable y comprensible; es pues un producto de la economía del pensamiento, que destaca y resalta aquello que resulta más relevante.

Tratamos pues, de resaltar rasgos que destaquen por su contraste y marcada singularidad o bien por su semejanza, rasgos que separen o que expliquen la homogeneidad o la diferencia de los grupos.

Los objetivos relativos a las variables (ítems) son:

1. Identificar aquellos ítems que tienen alta calidad de representación y que nos aportan información sobre los grupos, y aquellos que son irrelevantes, para discrimi-

nar grupos, o bien los que tienen baja calidad de representación.

2. Localizar aquellos ítems que obtienen mejor respuesta en unos grupos que en otros.
3. Identificar aquellos ítems que pueden formar parte de otras pruebas en cursos posteriores.

Los objetivos relativos a las poblaciones (grupos) son:

1. Conocer si los grupos se diferencian, en término medio, por la respuesta a la prueba.
2. Conocer aquellos grupos que han obtenido mejores resultados y los ítems responsables de esta mejor respuesta.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

Para la realización del estudio se ha confeccionado una prueba de 57 ítems, que por razones de espacio no podemos incluir, pero que están relacionados con operaciones de números naturales, enteros, fraccionarios y decimales, expresiones algebraicas, ecuaciones y ejercicios de enunciado.

Se le ha pasado a cinco grupos y se han recogido los datos en una matriz que coloca en filas los 57 ítems, y en columnas los grupos, diferenciando chicos y chicas.

Los ítems los identificamos con los números 1, 2, 3, ..., 57 y los grupos por i_v (chicos del grupo i), i_m (chicas del grupo i), $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Métodos Biplot

«Un Biplot es una representación gráfica de una matriz X ($n \times p$) por medio de unos marcadores g_1, \dots, g_N para las filas y unos marcadores h_1, \dots, h_p para sus colum-

nas, elegidos de forma que el producto interno $g_i' h_j$ represente al elemento x_{ij} de la matriz X » (GABRIEL, 1971).

La representación Biplot puede construirse a partir de la descomposición en valores singulares de la matriz .

$$X = U \cdot V'$$

donde U es la matriz de los vectores propios de XX' , \bullet es la matriz de valores propios de la matriz anterior, y V es la matriz de vectores propios de $X'X$.

Una elección cómoda de marcadores proporciona distintas representaciones Biplot, cada una de ellas con propiedades particularmente interesantes.

Las representaciones Biplot más comúnmente utilizadas son el GH-Biplot y el JK-Biplot propuestos por Gabriel en 1.971 y el HJ-Biplot propuesto por Galindo en 1.986. Los dos primeros presentan la ventaja de reproducir los elementos de la matriz original, aunque en ambas representaciones no es posible conseguir la misma calidad de representación para las filas y las columnas de la matriz de datos. La representación Biplot propuesta por Galindo, aunque no reproduce los elementos de partida, proporciona representaciones simultáneas de ambas hipernubes en hiperespacios reducidos, con máxima calidad de representación.

Un estudio exhaustivo de las características y propiedades de estos Biplot puede encontrarse en (GALINDO Y CUADRAS 1986).

La representación JK-Biplot utilizada para el análisis, tiene las siguientes propiedades:

El JK-Biplot preserva la métrica (euclídea usual) de las filas pero no preserva la métrica de las columnas.

- La distancia Euclídea entre los marcadores que representan a las filas de la matriz de datos es la distancia euclídea de dichas filas en el espacio original engendrado por las columnas de la matriz.
- Las coordenadas de las filas en un JK-Biplot coinciden con las coordenadas sobre las componentes principales para las columnas.
- En el JK-Biplot las filas aparecen representadas en coordenadas principales y las columnas en coordenadas estándar.

3. RESULTADOS

El estudio que se ha llevado a cabo ha consistido en el análisis conjunto de la representación JK-Biplot de la respuesta que los ítems han obtenido en los distintos grupos.

Analizamos los ítems con respecto a los dos primeros ejes, que son los que mayor absorción de inercia presentan.

Hay ítems que tienen baja calidad de representación, son aquellos que presentan baja dispersión, es decir, que han obtenido respuesta similar en todos los grupos. Estos ítems, que pueden tener los más diversos porcentajes de respuesta no sirven para diferenciar grupos, pero podríamos utilizar aquellos que son respondidos por menos del 80% en pruebas sucesivas, precisamente por haber obtenido respuesta similar en todos los grupos.

Observando el primer plano factorial (Figura 1), podemos observar cómo los grupos 1 y 5 y los grupos 2,3 y 4 toman posiciones extremas sobre eje 1. Analizando los ítems que presentan las más altas contribuciones de eje 1, obtenemos información sobre los ítems responsables de esa diferenciación.

Los ítems característicos de eje 1, y por tanto responsables de la diferencia señalada son los marcados por un triángulo.

Podemos observar que los ítems 28 y 40, que son respondidos por un porcentaje comprendido entre el 40% y el 60%, son responsables de la diferenciación entre los grupos. El ítem 28 consistía en multiplicar polinomios y el 40 en escribir una fracción en términos de porcentaje, y puede apreciarse que no todos los grupos tienen asimilados, del mismo modo, conocimientos tan básicos. Podríamos seguir comentando los distintos ítems responsables de la diferenciación de los grupos.

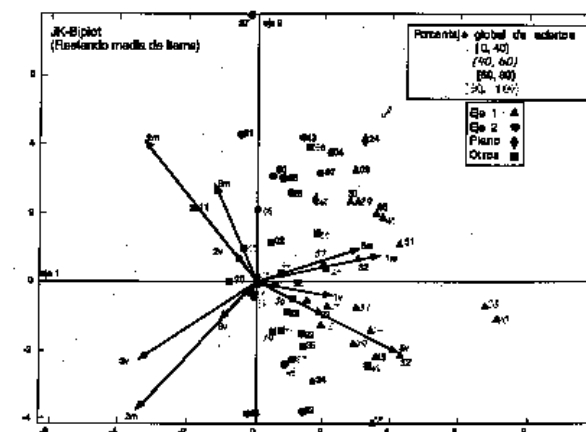


Figura 1

En relación a eje 2, las diferencias fundamentales aparecen entre varones y mujeres. Las mujeres de los grupos 3 y 4 ocupan posiciones extremas en relación a eje 2, con respecto a los varones de los grupos 2,3 y 4. Las mujeres del grupo 2 no siguen el patrón.

Los ítems característicos de eje 2, y por tanto responsables de la diferencia señalada, son los marcados por un círculo.

Los ítems de cálculo han sido, por lo general, mejor respondidos por las chicas, mientras que los ítems correspondientes a enunciados han sido mejor respondidos por los chicos.

Una vez corroborada la hipótesis de que el comportamiento de los grupos en la prueba es diferente, entendimos interesante analizar los posibles clusters de ítems para fundamentar una clasificación del grado de dificultad de los mismos.

La figura 2 recoge la proyección de los ítems sobre el primer plano principal tras restar el efecto conjunto de los mismos, es decir, analizando la tabla de datos tras restar a cada valor la media global.

El eje 1 marca un claro gradiente de dificultad en los ítems, los cuáles se ordenan de forma evidente al ser proyectados sobre ese eje. De izquierda a derecha tenemos los clusters de ítems más difíciles (respondidos por menos de un 20%), seguido de los respondidos entre un 20-40%, etc. y en el extremo derecho los respondidos por prácticamente la totalidad de los alumnos (más del 80%).

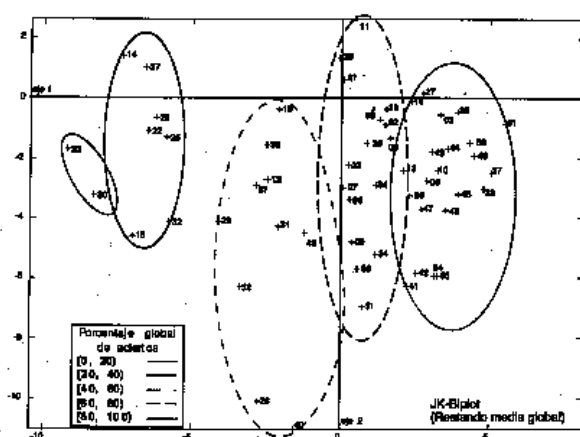


Figura 2

Dado el gran número de ítems que podríamos considerar triviales, se sometió el estudio a pruebas de estabilidad, eliminando de la batería activa todos los ítems que fueron respondidos por más del 80%. El patrón encontrado para la clasificación de los grupos fue exactamente el mismo.

Los ítems marcados en el cluster del extremo derecho han sido contestados correctamente por un porcentaje

comprendido entre el 80 y el 100%. Vemos cómo la mayor parte de los ítems tiene baja calidad de representación, porque son contestados de manera similar en todos los grupos y posiblemente sean ítems, que dada su facilidad, no debieran estar en la prueba.

A pesar de que durante el curso los profesores de los distintos grupos seguíamos conservando una opinión similar sobre ellos, el resultado final fue bien distinto, ya que el grupo 3, que había tenido una mala respuesta en la prueba, fue el grupo en el que mayor porcentaje de alumnos aprobaron a final de curso.

La calificación global de nuestros alumnos parece poco objetiva, es posible que le demos demasiada importancia a factores distintos a los «objetivos» que trataban de perseguirse durante el curso. Los alumnos de 3º de ESO son, por lo general, bastante molestos y es posible que los alumnos menos conflictivos resulten premiados en sus calificaciones y los más conflictivos resulten perjudicados. Nosotros propondríamos pruebas comunes y periódicas además de las pruebas inicial y final, con el fin de aumentar la objetividad de las pruebas.

Hubiese sido muy interesante completar el trabajo con una investigación sobre aquellos ítems que marcan diferencias y cuáles pueden ser las causas de que unos grupos respondan mejor que otros y de que las chicas hayan respondido mejor que los chicos. En posteriores trabajos trataremos de completar el estudio con esta investigación.

4. CONCLUSIONES

1. El estudio ha puesto de manifiesto una clara diferencia en el rendimiento de los grupos, encontrándose, sin embargo, similitudes entre algunos de ellos.
2. Las chicas han obtenido en la prueba, por lo general, mejor respuesta que los chicos.
3. Los ítems que obtuvieron respuesta similar, pero baja, en todos los grupos son: dividir enteros, dividir decimales, sacar factores de un radical, racionalizar, resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, ordenar números en la recta real.
4. Los ítems que mejor discriminan los grupos 1 y 5 de los grupos 2, 3 y 4 son la multiplicación de polinomios y pasar de fracciones a porcentajes.

BIBLIOGRAFÍA

- GABRIEL, K. R. (1.971). *The biplot-graphic display of matrices with application to principal component analysis*. Biometrika. **58**, pp.453-467.
- GABRIEL, K. R. (1.981). *Biplot*. Encyclopedia of Statistical Sciences. S. Koltz & N. L. Jonhson. Wiley. New York.
- GALINDO, M. P. (1.986). *Una alternativa de representación simultánea: HJ-Biplot*. Questíio, **10(1)**, pp. 13-23.
- GALINDO, M. P. y CUADRAS, C. M. (1.986). *Una extensión del método Biplot a su relación con otras técnicas*. Publicación de Bioestadística y Biomatemática. Universidad de Barcelona. **Nº 17**.