

## DISEÑO DE UN TEST BASADO EN LAS FASES DE APRENDIZAJE DEL MODELO DE VAN HIELE

**Bahillo Sáez, A.  
Martín Yagüez, M.C.**

El objetivo fundamental de esta comunicación es mostrar el diseño de una prueba de evaluación sobre el tópico de triángulos después de haber sido desarrollado en clase siguiendo el modelo de Van-Hiele. Este modelo explica cómo razonan los estudiantes según avanzan en la consecución de cinco niveles de razonamiento y también proporciona las siguientes pautas para la organización de la enseñanza: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

Atendiendo a esta clasificación y de cara a medir el nivel de razonamiento que cada alumno ha alcanzado, en el test incluimos apartados de diferentes fases y diferentes niveles, pues entendemos que cada una de ellas corresponde a un nivel de dificultad. Esto lo mostramos mediante un cuadro resumen donde aparecen los niveles y fases conseguidas por los alumnos.

Algunas de las investigaciones sobre evaluación en geometría se basan en el modelo de Van Hiele. Este modelo incluye dos aspectos:

- uno descriptivo, en la medida que explica cómo razonan los estudiantes según avanzan en la consecución de cinco niveles de razonamiento,
- y el otro prescriptivo, ya que da también unas pautas a seguir en la organización de la enseñanza para lograr que los estudiantes progresen en su forma de razonar. Esto se lleva a cabo a través de cinco fases de aprendizaje.

Estas investigaciones se apoyan en el aspecto descriptivo del modelo, es decir, en ellas se elaboran test para identificar los niveles de pensamiento de los estudiantes, ya que estos niveles se caracterizan por procesos como: Identificación de familias de objetos geométricos, definiciones de conceptos, clasificación de objetos geométricos, pruebas de propiedades.

Desde la perspectiva de este modelo los conceptos se entienden de forma distinta según el nivel de razona-

miento en que se encuentre un alumno, produciéndose el progreso de manera ordenada desde el primero hasta llegar al último. Sin embargo, este proceso no es global, ya que un alumno puede razonar a cierto nivel en un concepto y no en otro.

De forma breve comentaremos cuál son las principales características de estos niveles de razonamiento y de las fases de aprendizaje.

- Los alumnos que se encuentran en **el primer nivel** basan sus justificaciones en la percepción visual; de esta manera, nombran objetos o simplemente hacen referencia a los objetos reales que les recuerdan.
- La característica fundamental **del segundo nivel** es que los conceptos se entienden y manejan a través de sus elementos incluyendo normalmente más de los imprescindibles. En esta etapa se descubren y comprueban propiedades pero siempre mediante la experimentación u observación de unos pocos casos. Además estas propiedades se utilizan de manera independiente.
- En el **tercer nivel** ya se establecen relaciones entre las propiedades. A la hora de hacer alguna demostración estos alumnos sienten la necesidad de recurrir a alguna justificación y buscan propiedades que conduzcan rápidamente al resultado.
- En el **cuarto nivel** ya se efectúan implicaciones formales, encadenando implicaciones simples que llevan desde las hipótesis hasta la tesis.
- En el **quinto nivel** es posible manejar diversas geometrías.

En definitiva, estos niveles tienen una estructura recursiva, ya que en el nivel N (1,2,3) hay determinadas habilidades que están siendo usadas implícitamente por los estudiantes y cuyo uso explícito se aprende en el nivel N+1. Podemos verlo resumido en el siguiente diagrama

	Características explícitas	Respuestas implícitas
Nivel 1	Figuras	Formas y propiedades de las figuras
Nivel 2	Formas y propiedades de las figuras	Implicaciones sobre propiedades
Nivel 3	Implicaciones sobre propiedades	Definición formal de triángulo
Nivel 4	Definición formal de triángulo	

Una vez consideradas las características de cada nivel podríamos suponer que una de las aspiraciones de un profesor de educación secundaria sería que todos sus alumnos alcanzaran el cuarto nivel, ya que, entre otros aspectos, este nivel supone la comprensión y utilización adecuada del engranaje existente en el mundo matemático. Difícilmente los alumnos de esta etapa educativa llegan a alcanzar el quinto nivel, pudiéndose dar el hecho de que en algunos casos no se logre nunca.

Por otra parte, una vez conocida la manera de evolucionar la forma de razonar, es igual de importante para un profesor saber cómo tiene que planificar sus clases para conseguir que sus alumnos progresen adecuadamente. Van Hiele, desde una perspectiva constructivista, propone cinco fases de aprendizaje, en las que el alumno participa activamente, para pasar de un nivel de conocimiento al siguiente:

- La primera fase corresponde a la **información** tanto por parte de los alumnos como del profesor. Es decir, los alumnos deben entrar en contacto con el tema y el profesor debe averiguar qué es lo que ya saben éstos sobre él.
- La segunda fase correspondería a la **orientación dirigida**. Se trata de una de las fases más importantes de la instrucción en la que el profesor dirige a sus alumnos para que estos construyan los elementos básicos del nivel.
- La tercera fase corresponde a la **explicitación**. El profesor durante este período, como buen gestor de su aula, propondrá actividades encaminadas a fomentar el diálogo entre los alumnos. Así, a la vez que los estudiantes amplían su vocabulario para poder defender sus ideas o rebatir las de sus compañeros tienen que ser conscientes de lo aprendido.

– La cuarta fase es la **orientación libre** en la que se consolida lo ya aprendido a través de la exploración de nuevas situaciones.

– La última fase es la **integración**, fase en la que el profesor debe proponer resúmenes de lo aprendido mientras completa su estructura.

Para realizar esta investigación, a la hora de desarrollar el tema del triángulo en el aula habremos seguido el mismo orden de actuación: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

El objetivo principal de este trabajo es la elaboración de una prueba de evaluación sobre el tópico de triángulos que se desarrolla en 3º de E.S.O. En nuestro caso lo que pretendemos construir es un test basado no sólo en los niveles de razonamiento sino en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele. Por lo tanto, en la prueba que proponemos a continuación incluimos preguntas que abarcan diferentes niveles de razonamiento para poder comprobar a cuál de ellos ha llegado cada alumno, pero además intentamos que éstas correspondan a diferentes fases de aprendizaje por entender que cada una de ellas lleva implícito un grado de dificultad. Pueden resultar más difíciles preguntas de orientación libre del nivel dos que dirigidas en el nivel tres. Lo anteriormente expuesto quedará patente en el posterior análisis de la prueba. Por otra parte, creemos que es bueno que los exámenes contengan preguntas con distintos niveles de dificultad para que todos los alumnos puedan responder en la medida de sus posibilidades.

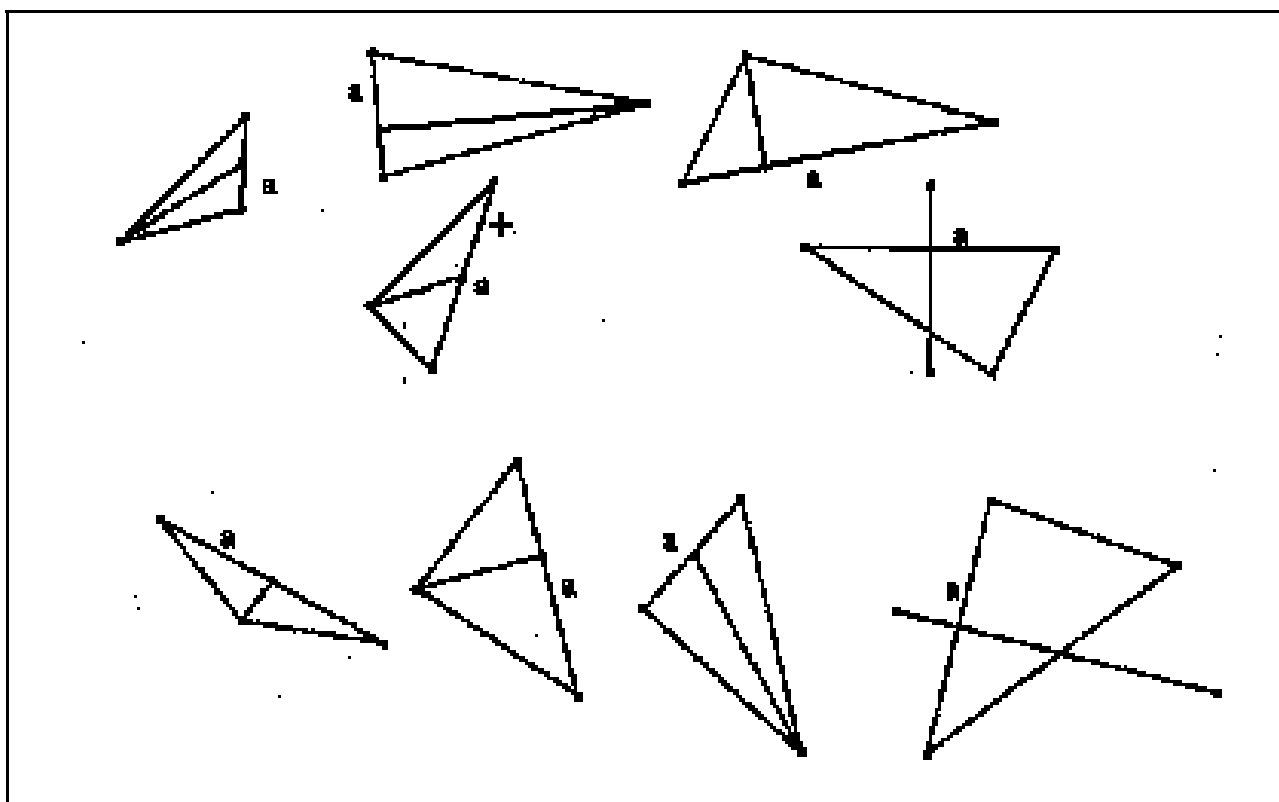
Es lógico pensar que, si bien la primera fase de aprendizaje tiene que manifestarse en la tarea docente del profesor dentro del aula, difícilmente puede aparecer en las pruebas escritas de evaluación. Sin embargo, el pro-

ceso puede ser aprovechado en el sentido contrario, es decir, no podemos olvidar que los exámenes si dan al profesor información suficiente sobre la forma de razonar de sus alumnos en dicho tema, por lo que estos datos pueden servirle como desencadenante para introducir variantes en la forma de explicar dicho tema en años sucesivos o bien de base para preparar la continuación del tema si este profesor continuara con estos alumnos el curso siguiente. En cuanto a la quinta fase de aprendizaje, dada su naturaleza, quizás podría resul-

tar mejor evaluada con entrevistas individuales a cada alumno que mediante un test.

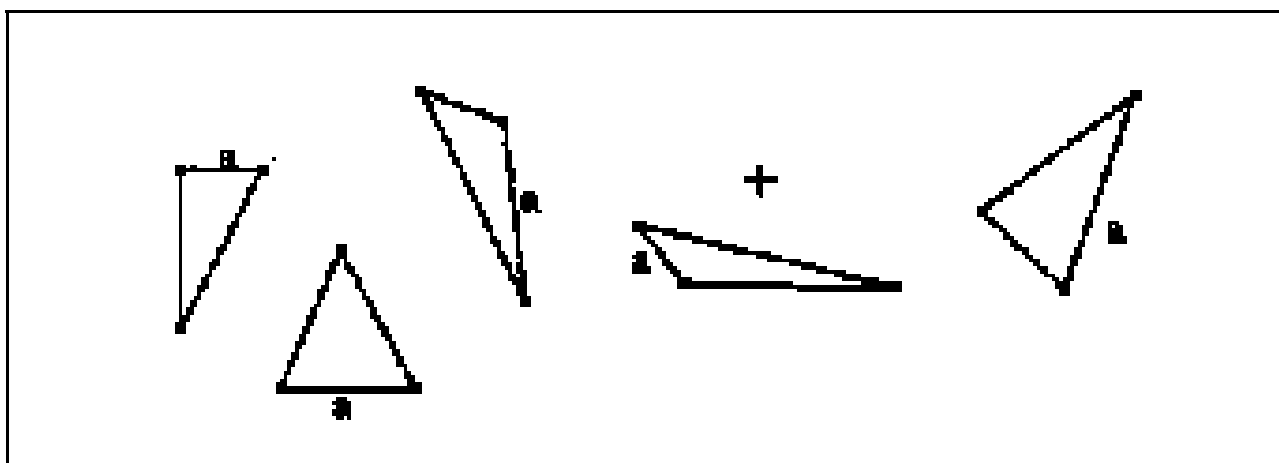
#### TEST DE EVALUACION

**1a)** Observa detenidamente los triángulos que aparecen en la figura siguiente. En cada triángulo aparece señalado un lado y dibujado un segmento, fíjate y escribe si este elemento es una altura (A), mediana (M) o mediatriz (Z).



**1.b)** Explica por qué en el apartado anterior has señalado algún triángulo con la letra A.

**1.c)** Dibuja las alturas de los siguientes triángulos siendo en todos los casos la base el lado señalado con la letra a.



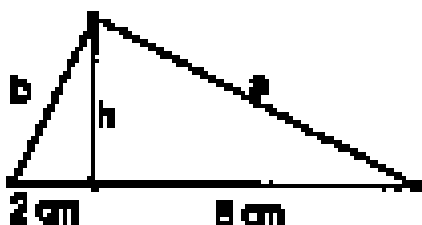
**2.a)** Para cada terna de longitudes  $a, b$  y  $c$  (análogamente de ángulos  $a, b$  y  $c$ ), construye, cuando sea posible, un triángulo cuyos lados tengan las medidas indica-

das (respectivamente sus ángulos tengan las medidas indicadas).

a	7	18	a	$45^\circ$
b	3	7	b	$35^\circ$
c	8	8	c	$115^\circ$

**2.b)** Explica por qué en la tabla anterior hay datos que no permiten construir un triángulo.

**3.a)** Calcula la altura del siguiente triángulo



**3.b)**

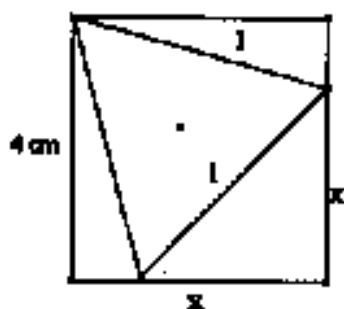
Calcula el perímetro del triángulo anterior. Para ello puedes utilizar la tabla que aparece a la derecha. Ten en cuenta que puedes utilizar los resultados del apartado anterior.

Teorema que utilizas

a =	
b =	
c =	

**4.a)** Observa cómo aparece un triángulo equilátero inscrito en un cuadrado de lado 4 cm. A partir de este dibujo calcula, sin utilizar una regla, el lado del triángulo.

**4.b)** Calcula el área de dicho triángulo.



## ANÁLISIS DEL TEST

**1.a.** El nivel 1 está presente en el razonamiento de resolución de este ejercicio, debido a que solamente caracterizamos las alturas, medianas y mediatrices a través de la percepción visual de los distintos triángulos dibujados. Encuadramos este ejercicio en la fase de aprendizaje II, pues los alumnos han descubierto conceptos del tipo: vértice opuesto, perpendicular a una recta, y los usan para aprender nuevos elementos.

**1.b.** Al igual que el apartado anterior, este ejercicio corresponde al nivel 1 de razonamiento, pero se incluye en una fase de aprendizaje de tipo III, fase en la que los alumnos tienen que explicar el por qué han llegado a dicha conclusión.

**1.c.** El razonamiento de resolución de este ejercicio corresponde ahora al nivel 2, ya que tienen que dibujar la altura y saber qué propiedad la caracteriza. En cuanto a fases de aprendizaje correspondería a una fase tipo IV, pues los alumnos se encuentran ante situaciones novedosas al tener que dibujar alturas en triángulos colocados en posiciones distintas a las que normalmente aparecen en los libros de texto.

**2.a.** En este ejercicio, el razonamiento de los alumnos corresponde al nivel 2, debido a que aparecen propiedades de triángulos relativas a lados y ángulos. La fase de aprendizaje se encuadra en las de tipo II, pues los alumnos descubren cómo se construyen los triángulos conocidos bien los lados o los ángulos y utilizan las propiedades pertinentes que determinan si es o no un triángulo.

**2.b.** El nivel de razonamiento conseguido es igual que en el 2.a, pero se incluye en una fase de aprendizaje de tipo III pues los alumnos tienen que escribir la explicación correspondiente.

**3.a.** El nivel 3 correspondería a la resolución de este ejercicio, ya que dados algunos elementos del triángulo los estudiantes son capaces de determinar otros elementos utilizando teoremas aprendidos en clase. En cambio, la fase de aprendizaje es la II, debido a que los alumnos exploran el campo de estudio por medio de una investigación muy parecida a las ya resueltas en el aula.

**3.b.** El nivel de razonamiento conseguido es el mismo que en 3.a., pero la fase de aprendizaje es de tipo IV, porque el nivel de dificultad es mayor y tienen que relacionar y distinguir los diferentes teoremas relativos a la geometría del triángulo.

**4.a.** El nivel de razonamiento es el mismo que en 3.b y la fase también.

**4.b.** El nivel de razonamiento que los alumnos consiguen en este ejercicio es 4. Estos, en sus respuestas, muestran cómo para llegar a la solución de un problema aplican teoremas y resultados que han aparecidos en las demostraciones de los mismos. Por otro lado, la fase de aprendizaje es de tipo IV, porque aplican los teoremas aprendidos en otras investigaciones.

	Nivel de razonamiento					Fase de aprendizaje		
	I	2	3	4	5	Fase I	Fase III	Fase IV
1a)	■					■		
1b)	■						■	
1c)		■						■
2a)		■				■		
2b)		■					■	
3a)			■			■		
3b)			■					■
4a)			■					■
4b)				■				■

## BIBLIOGRAFÍA

GUTIERREZ A. (1994) Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en E.S.O. basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. CIDE.

RICO L. (1994). Matemáticas 3º E.S.O. Editorial Algaida.