

## UN ESTUDIO DE LA FRACCIÓN COMO OPERADOR COMO BASE DE UNA INVESTIGACIÓN CURRICULAR

*Cubillo Durán, M. Carmen*

### INTRODUCCIÓN

En los últimos años son muchos los estudios que permiten hacer una reflexión, desde ámbitos distintos, de las dificultades conceptuales que lleva implícito el aprendizaje del número racional.

Payne (1976) compara y analiza las ventajas e inconvenientes de los algoritmos de las operaciones con fracciones; informa, asimismo, que Green (1969) compara la introducción de la multiplicación como área con otro método que combina la idea de operador con el modelo “subárea como parte de un área total”.

Dienes (1971) propone representar desde el principio las fracciones como “operadores”, y aunque el proceso que utiliza es bastante complejo, lo importante es que es posible transformarlo en una actividad concreta.

Sewell (1981) utilizó un ejemplo de la vida cotidiana en el que adultos aplicaban la multiplicación y observó que más del 50 % no sabía qué hacer y que el enfoque más natural utilizado es el de “operador”.

Floyd (1980) propone igualmente la multiplicación mediante operadores; los resultados de APU (1980a) sugieren que los niños encuentran más accesible la idea de operador que la de multiplicación cuando la fracción actúa sobre un número entero.

El significado de la multiplicación en los problemas de la vida cotidiana resulta difícil tanto de comprender como de aplicar, así lo recoge APU (1981b).

En estos estudios se observa que todos ellos se centran en analizar dificultades de los alumnos en la comprensión de las fracciones, sin embargo no aparecen evaluadas estrategias de enseñanza.

En nuestro caso analizaremos algunas fuentes de obstáculos que se producen en la resolución de situaciones problemáticas en las que se aplica la fracción como operador y surgen del análisis de una parte de los

datos de la investigación que sobre el número racional estamos realizando con algunos estudiantes de Secundaria Obligatoria.

Comenzaremos comentando algunos aspectos metodológicos; para presentar posteriormente un apartado relativo a situaciones problemáticas propuestas a los alumnos y un análisis de las mismas de acuerdo a unas categorías de observación. Por último se exponen algunas de las conclusiones de este estudio.

### METODOLOGÍA

Es habitual coincidir en la dificultad de realizar estudios sobre resolución de problemas de manera exhaustiva por la multiplicidad de factores que intervienen en su aprendizaje. Por ello la metodología que se propone en este estudio se apoyará en la del profesor en relación con el aprendizaje que se promueve.

La primera consideración metodológica es la de tratar el problema como un proceso de construcción de conocimiento, antes que como un producto cuyo objetivo único sea su realización. El descubrimiento y formulación de los conceptos necesarios, el desarrollo de propiedades útiles para la resolución, etc. implica una reflexión constante del proceso que se sigue, esto exige analizar los elementos del problema, es decir:

1. Representar con claridad las cantidades numéricas que sirven de datos en el problema.
2. Comprender las relaciones entre los datos y lo que buscan.
3. Establecer las relaciones o vínculos entre los datos y el resultado buscado.

Indudablemente ya han aparecido palabras como “representación” y “comprensión” que nos conducen a una etapa fundamental para la posterior solución de un problema, siguiendo a Wittrock (1990) consideramos

que la comprensión es “una representación estructural o conceptualmente ordenada, de las relaciones entre las partes de la información que se debe aprender, y entre esa información y esas ideas y nuestra base de conocimientos y experiencia”.

Blanco (1991) afirma que la resolución de problemas tiene dos direcciones: una “como justificación y/o aplicación de los conocimientos aprendidos”, y otra “como motor de conocimiento”. La idea es válida. Se debe partir de uno o más problemas, tratar de resolverlos, investigar las condiciones de su resolución y de la aplicación de la estrategia ensayada, y aplicarlo a otros problemas. De esta forma el alumno descubre bajo las condiciones marcadas por el profesor y éste es un guía en dicho proceso de descubrimiento.

### SITUACIONES PROBLEMÁTICAS: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El trabajo relativo a “la fracción como operador” forma parte de un estudio más amplio como el que estamos realizando sobre el número racional.

Las ideas a tener en cuenta en este trabajo serán las siguientes:

- La interiorización del significado de operador por los alumnos.
- Para aplicar un operador a un número puede utilizarse un esquema.
- El uso de un esquema ayuda a comprender las relaciones entre los datos y lo que buscan.

Luego las facetas a observar serán:

- Si los alumnos asocian al contenido de los problemas el significado del operador, ¿lo utilizan con ese significado?, ¿operan adecuadamente con él?
- Si el operador lo utilizan en los problemas, ¿lo aplican mediante el esquema?, ¿el esquema es una automatismo más para el alumno? o, por el contrario, ¿le ayuda a establecer vínculos entre los datos y el resultado buscado?

Las actividades a analizar son seis. Para poder realizar el análisis de los resultados se tendrá en cuenta la Categoría de Comprensión del Contenido “La fracción como operador”, aplicando los apartados correspondientes a esta categoría tenemos

4.a. Operaciones para la aplicación del operador	O
4.b. Interpretación y uso del esquema	I-U
4.c. Casos que pueden presentarse	D-C
4.d. Asociación del esquema a los contenidos	A-C

Se observa en todas las actividades que la mayor frecuencia positiva aparece en la observación del cálculo, que disminuyen estas frecuencias de respuestas positivas en la interpretación y uso del esquema, y que se mantiene prácticamente igual la frecuencia de respuestas positivas en distinguir casos y en asociar el esquema al enunciado.

En el siguiente cuadro figura un resumen de las situaciones problemáticas cuyos resultados analizamos:

4.1. Se repartió una herencia, un terreno de labranza de 540 Ha entre una viuda y sus dos hijos. A la señora le correspondieron los  $\frac{2}{3}$  del total y a cada uno de sus hijos  $\frac{1}{2}$  del resto:

- ¿cuántas Ha de terreno le tocaron a la madre y cuántas a cada hijo?
- ¿qué fracción de la totalidad obtuvieron cada uno de los hijos?
- ¿y entre los dos?

4.2. Tienes una caja con una docena de bolígrafos, calcula cuántos serán: a) la mitad de ellos, b) las dos terceras partes, c) cinco sextos.

4.3. En un colegio electoral han votado 990 personas, de las cuales  $\frac{3}{5}$  son mujeres y el resto hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres votaron?

4.4. El  $\frac{3}{100}$  (3%) de los tornillos que hace una máquina son defectuosos. Un día la máquina ha sacado 24 tornillos defectuosos. ¿Cuántos tornillos fabricó ese día?

4.5. He gastado 400 pts de las 1.400 pts de que disponía. ¿Qué fracción del dinero que tenía representaba lo que he gastado?

4.6. Dos personas A y B han realizado una obra en un piso por 300.000 pts. La cantidad que recibe B es  $\frac{3}{5}$  de la que recibió A. ¿Qué cantidad correspondió a cada uno?

La actividad 4.1 ha sido analizada desde los cuatro apartados. Se observa que el número de respuestas positivas es menor que el de cualquier otra de las actividades. Se pretendía que el alumno conociera las distintas posibilidades de uso del operador y adquiriera un conocimiento de sus aplicaciones. La observación desde las Operaciones muestra que aparecen 7 respuestas positivas y 2 con algún error, desde la interpretación y uso del esquema figuran 6 respuestas positivas y 3 con algún error, desde la distinción del caso a aplicar figuran 4 respuestas positivas y 1 con algún error, y desde la asociación del esquema aparecen 7 respuestas positivas y dos con algún error.

De los alumnos que realizan la actividad sólo el 50% utiliza el esquema, y los que no lo utilizan siguen una estrategia de cálculo adecuada; de los que utilizan el esquema sólo 4 saben clasificarlo de una forma adecuada. La mayor dificultad aparece en la puesta en común en el aula, al interpretar “ $\frac{2}{3}$  del total” y a cada hijo “ $\frac{1}{2}$  del resto”, confunden la idea de resto con el resultado de calcular los  $\frac{2}{3}$  del total.

En la actividad 4.2 se trata de observar qué conocimientos tiene el alumno de la fracción como operador y solo se analiza desde la estrategia de cálculo: hay 11 alumnos que la realizan de forma adecuada y 10 que no la realizan. Es una actividad de aplicación con una relación sencilla entre los datos.

La actividad 4.3 se ha observado desde la asociación del esquema a los contenidos, distinción de casos, e interpretación y uso del esquema. Se observa en los resultados que existe una coincidencia en las frecuencias de respuesta positiva, luego, el alumno, que asocia el esquema al enunciado del problema, lo utiliza de forma adecuada. En el apartado “proceso de cálculo” aparece una pequeña variación, viene dada por un caso que aplicando bien el primer operador calcula mal el segundo.

La actividad 4.4 se la observa desde los cuatro apartados, la frecuencia de respuestas nulas ha disminuido en relación con las otras actividades.

Desde los apartados de clasificación y asociación del esquema al enunciado hay 10 alumnos que responden positivamente, desde el cálculo aparecen 11 respuestas positivas y en este caso el resultado es coherente con las deducciones hechas en otros apartados, los alumnos operan como una práctica habitual, pero es una tarea por hacer la de reflexionar sobre las estrategias a utilizar y el expresar por escrito cómo llegar a unos resultados.

En la actividad 4.5 se pretendía que los alumnos descubrieran el tercer caso posible de uso del operador. Se

analiza desde los cuatro apartados, las frecuencias positivas son 7 en los tres apartados (interpretación, uso y aplicación) y aumenta en 2 el número de respuestas positivas en el proceso de cálculo. Hay 10 alumnos que no realizan la actividad.

La actividad 4.6 sólo ha sido realizada de forma positiva por tres alumnos, figuraba dentro de otra unidad de contenidos y como actividad de refuerzo.

Al analizar los resultados de estas actividades surgen las interrogaciones: ¿Los datos de estos problemas tienen una representación clara para los alumnos? ¿Comprenden las relaciones entre esos datos y lo que buscan?

Hay algún alumno que busca la fracción por tanteo y logra un buen resultado, ese proceso ¿es aleatorio? o, por el contrario, ¿conoce las relaciones pero no sabe comunicarlas?

Por último, pasamos a exponer algunas consecuencias metodológicas del análisis de estos resultados.

## CONCLUSIONES METODOLÓGICAS

Los alumnos disponen de métodos no escolarizados, estrategias acertadas pero limitadas por estar influenciadas por el contexto del problema, y las generalizan con dificultad a otros problemas. La metodología más acertada sería el conducir estos métodos informales hacia otros más formalizados, en definitiva más generales.

Las estrategias informales no han de ser un obstáculo sino un paso necesario en la construcción de un procedimiento más elaborado, más abstracto y más simbólico. Se les debe mostrar que un determinado algoritmo es más útil y más general, y está relacionado con los procedimientos informales que utilizan. El adoptar este criterio servirá para que el aprendizaje de los algoritmos no se convierta en una serie de trucos que deben repetirse en un orden determinado.

## BIBLIOGRAFÍA

- BLANCO, L. J. : *La resolución de problemas y los profesores de Matemáticas*. Suma, 9, 32-39, 1991.
- CASTRO, E., RICO, L., ROMERO, I., *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas* del Encuentro International Group for the Psychology of Mathematics Education. Valencia, 1996.
- DICKSON, L., BROWN, M., GIBSON, O.: *El aprendizaje de las matemáticas*. Ed.Labor y MEC. Barcelona. 1991.
- MAZA, C.: *Aritmética y representación*. Ed. Paidós. Barcelona, 1995.
- WITTRICK, M. *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos*. Madrid: Paidós Educador, 1990.