

## ALGUNOS ERRORES DE LOS ALUMNOS

**Alvarez Carrascosa, M.I., Domínguez Santiago, M.C., Fontalba García, M.,  
Pereira Figueroa, J., Pereira Figueroa, M.D., Pérez Muro, M.N.,  
Segador Fernández, M.V.**

### INTRODUCCIÓN

Durante el contacto diario con los alumnos hemos observado que ciertos errores se repiten mucho en los distintos niveles educativos. El análisis de los mismos puede ser un buen método para explorar cómo nuestros alumnos entienden las matemáticas y cómo nosotros las enseñamos.

¿Por qué hay errores tan generalizados?

¿A qué son debidos?

¿Qué variables influyen?

¿Cómo evitarlos?

Como cita Brousseau (3): «El error no es solamente efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, según se creía en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje; sino el efecto de un conocimiento anterior, que tuvo su interés, su éxito, y que ahora se revela falso o simplemente inadaptable». Los errores de este tipo no son fortuitos e imprevisibles, se constituyen en obstáculos». Preocupados por su origen y evolución decidimos investigar sobre este tema; para lo cual, consultamos diversos artículos que trataban sobre «errores». Entre ellos figuran los estudios de Rousset-Bert, M. Milis, Aubrée, A. Bouvier, Rivière, Vicenç Font, etc. Con toda esta información decidimos elaborar una prueba de manera que pudiéramos confirmar o rechazar ideas previas que como profesores teníamos y, por supuesto, obtener nuevas y más profundas conclusiones.

### ELABORACIÓN DE LA PRUEBA

Dada la gran diversidad de errores con los que nos encontramos en el aula, decidimos centrarnos en diez fallos de tipo algebraico, sobre linealidad de los cuadrados y errores en simplificación. Para redactarla nos hemos basado en el artículo «En Algèbre, les modèles erronés de nos élèves de colleges, essai thérapeutique»

(1) y en el test utilizado por ellos en dicha experiencia. Hemos mezclado operaciones numéricas con operaciones algebraicas para ver dónde tienen los alumnos mayor dificultad.

#### Prueba

BLOQUE 1. Efectúa los siguientes cálculos e indica en la segunda columna las operaciones.

Enunciado	Cálculo	Resultados
1. $(3-5)^2=$		
2. $(x+2)^2=$		
3. $(x+y)^2=$		
4. $(3.2)^2=$		
5. $(-3)^2=$		
6. $17^2-3^2=$		
7. $3.2^2=$		
8. $1-5.(3.7)^2=$		
9. $6(4-5)=$		
10. $(\frac{6}{5})^2=$		

BLOQUE 2. Simplifica, si es posible, y realiza los cálculos en la columna central.

Enunciado	Cálculo	Resultados
1. $\frac{7+3}{4+3}=$		
2. $\frac{6.a.4}{2}=$		
3. $\frac{x+y}{2.y}=$		
4. $\frac{2.5.3}{3.7}=$		

$$5. \frac{1.250 + 2}{5 + 1250} =$$

$$6. \frac{3 \cdot (a+2)}{3} =$$

$$7. \frac{(a-b) \cdot c}{a \cdot c + 2 \cdot c} =$$

$$8. \frac{(2a-b) \cdot c}{a \cdot c + 2 \cdot c} =$$

$$9. \frac{5a+7}{5} =$$

$$10. \frac{x+a}{2x+3a} =$$

Es necesario aclarar que los alumnos no han tenido ninguna preparación previa a la realización de la misma; sino que en cada Centro la hemos intercalado un día cualquiera de clase.

Se ha realizado a 404 alumnos de los centros y cursos siguientes:

IFP Infanta Cristina (Almonte, 1 de 1º FP I y 1 de 1º FP II), IB Doñana (Almonte, 1 de 1º BUP y 1 de 2º BUP), IB Pino Montano (Sevilla, 2 de 1º de BUP y 1 de 2º de BUP), IES Bellavista (Sevilla, 2 de 3º ESO y 2 de 4º ESO), IES Torreblanca (Sevilla, 2 de 3º ESO), IES Santa Aurelia (Sevilla, 1 de 3º ESO), IFP Cruz del Campo (Sevilla, 1 de 1º FP I y 1 de 1º FP II).

## TIPOS DE ERRORES

Debido a la gran imaginación de los alumnos para «reinventar» las matemáticas, hemos clasificado los errores basándonos en nuestra experiencia como docentes. Así contemplamos los diez tipos que describimos a continuación:

- Tipo A: Aplicación de la linealidad en la potencia suprimiendo el doble producto.

$$\text{Ej. } (a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

$$x^2 \cdot y^2 = (x \cdot y)^2.$$

- Tipo B: Fallos en los signos al desarrollar el cuadrado de un binomio.

$$\text{Ej. } (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2x(-y).$$

$$(x-y)^2 = x^2 - y^2 - 2xy.$$

- Tipo C: Error en la jerarquía de operaciones.

$$\text{Ej. } 3x2^2 = 6^2; 3 + 4x5 = 7x5.$$

- Tipo D: Fallos en el concepto y cálculo de la raíz cuadrada.

$$\text{Ej. } \sqrt{4} = 2; \sqrt{4} = 2$$

- Tipo E: Aplicación indebida de la linealidad en la raíz.

$$\text{Ej. } \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

- Tipo F: Confundir expresión algebraica con ecuación.

$$\text{Ej. } (x+2)^2 = x^2 + 4 + 4x \quad \frac{1}{2} x^2 + 4 + 4x = 0 \quad \frac{1}{2} x = -2.$$

- Tipo G: Confundir operaciones (sumas o potencias con productos).

$$\text{Ej. } 2 + x = 2x; x^2 = 2x;$$

- Tipo H: Errores de simplificación.

$$\text{Ej. } \frac{7+3}{4+3} = \frac{7}{4}$$

- Tipo I: Mal agrupamiento de términos no semejantes.

$$\text{Ej. } 5a + 7 = 12a; 24a/2 = 12.$$

- Tipo J: Error al aplicar la propiedad distributiva en el producto o cociente.

$$\text{Ej. } 2xy = 2x \cdot 2y; \frac{4a}{2} = \frac{4}{2} \frac{a}{2}$$

- Errores sin clasificar, es decir, que no pertenezcan a ninguno de los tipos anteriores.

## ANÁLISIS DE LOS ERRORES

Analizaremos solamente los errores más significativos.

*Error de tipo A.* Apenas existen diferencias, en el porcentaje de error, entre expresiones literales, numéricas o mixtas, siendo menor la frecuencia en la numérica, mayor en la algebraica y bastante baja en la numérica sin paréntesis. Cuando aparece una raíz, se rechaza totalmente la operación sin analizar el ejercicio, aumenta el porcentaje de ejercicios en blanco respecto de aquellos en los que no aparecen raíces (ejercicios 1,2 y 3, bloque 1).

*Error de tipo B.* Sorprendentemente la frecuencia del error es mayor en la expresión numérica. Es muy frecuente que en ejemplos numéricos apliquen la propiedad distributiva en el doble producto o apliquen mal los signos en el cuadrado de una diferencia (ej.  $(3-5)^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot (-5)$ ), mientras que en ejemplos literales, estas operaciones se dejan indicadas.

*Error de tipo C.* En el ejercicio 8º del bloque 1, la incidencia del error de tipo C es muy elevada (44,44 %). A veces se comete el error de tipo C porque se toma el modelo del cuadrado de una suma, como en el siguiente caso:  $1-5(3.7)^2 = 1-5(3^2 \cdot 2 \cdot 21.7^2) = 1-5 \cdot (2058) = 1-10290 = -10289$ . Este ejemplo ilustra que el error (a veces) es el efecto de un conocimiento anterior que ahora se revela falso o simplemente inadecuado (3).

*Error de tipo H.* La simplificación de fracciones se aplica de manera errónea en estos ejercicios, y es más elevado la frecuencia de fallos en el caso del 5º del bloque 2

$$\left(\frac{1250 + 2}{5 + 1250}\right) = \text{que en el } 1^\circ \left(\frac{7 + 3}{4 + 3}\right)$$

debido a que las cantidades simplificadas son mayores y el orden de los números es distinto.

*Error de tipo E.* La dificultad que les supone trabajar con radicales se pone de manifiesto en este ejercicio 7 del bloque 2: más de un 23 % aplican la linealidad a la raíz AUBRÉE, M. (1986): "En Algèbre, les modèles erronés de nos élèves de colleges, essai thérapeutique." Plot, 35.

## BIBLIOGRAFÍA

- AUBRÉE, M. (1986): "En Algèbre, les modèles erronés de nos élèves de colleges, essai thérapeutique." Plot, 35.
- BOUVIER, A. (1987): "The Right to Make Mistakes." For the learning of Mathematics, 7,3.
- BROUSSEAU, G. (1983): "Les obstacles épistemologiques et les problèmes en Mathématiques." Recherche en didactique des mathématiques, 4,2.
- FONT, V. (1994): "Motivación y dificultades de aprendizaje de las Matemáticas." Suma, 17.
- GOICOECHEA, M. I.; INDURAIN, E.; MINGUILLÓN, E. (1991): "Aplicaciones didácticas de la localización de errores matemáticos." Suma, 8.
- MILIS, M. (1987): "Un coup d'oeil du côté de ce que les élèves nous disent par leurs erreurs en mathématique." Mathématique et Pédagogie, 62.
- RICO, L. (1992): "Investigación sobre errores de aprendizaje en Educación Matemática." Dpto Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, J. L.; RUIZ HIGUERAS, L. (1990): "Los obstáculos en la enseñanza de la matemática." Actas IV Jornadas Andaluzas de Educación Matemática.
- ROUSSÉT-BERT, S. (1991): "Stratégies de prise en compte de l'erreur par des enseignants de maths en liason avec certaines de leurs représentations." Petit X, 25.