

EL PROBLEMA DEL VIERNES

**Alarcón Ruiz, P., Alvarez García, M., Avellaneda Gómez, M.,
Del Rey Martínez, P., Fernández Vasalo, P., García Tirado, R.,
Gregorio Sanz, J.A., Martínez Casado, R.A., Ovejero Molero, M.J.
Puerta Revuelta, T.F.**

INTRODUCCIÓN:

La resolución de problemas es una de las piedras angulares de la reforma dentro del área de Matemáticas. Se nos presenta como algo nuevo, importante para el desarrollo intelectual de alumno.

No queda reducido a una simple actividad dentro de los temas de álgebra, especialmente de las ecuaciones, sino que sus horizontes son más amplios: se quiere que el alumno piense, que plantee adecuada y razonadamente, no mecánicamente, que tenga diversas estrategias para su resolución (incluso se insiste en «*el cuento de la vieja*»), que analice los resultados. En definitiva, que se enfrente a los problemas matemáticos como a cualquier otro tipo de problemas.

Ante todo esto el profesor de matemáticas se encuentra con varias dificultades. El primero es ver que tipo de problemas plantear ya que hasta ahora la mayoría de ellos son muy mecánicos y no ayudan en exceso a los objetivos propuestos. También debe de graduarlos en dificultad, de forma que los alumnos no queden «descolgados» desde los primeros instantes, pero a su vez los más dotados puedan desarrollar sus capacidades. Deben de ser motivantes, que el alumno se implique y vea utilidad en los mismos. Tienen que ser diversos y diferentes, buscando las distintas motivaciones y diferencias de los alumnos y alumnas que los van a desarrollar, ...

Como se puede comprobar la tarea es complicada, pero a la vez apasionante. Si se realiza bien el esfuerzo por preparar los materiales habrá merecido al apena y observaremos como nuestros alumnos mejoran en su capacidad de razonamiento, de trabajo, de interés y de gusto por las matemáticas.

Pero no todo va a ser tan bonito. Hay problemas. Y posiblemente el mayor radica en el «encerrar» el problema en una unidad didáctica. En ese instante muy posiblemente estemos cerrando el problema y dando unas pautas

muy concretas de resolución, que provoca que el alumno sólo piense en lo que está viendo y estudiando en ese instante como forma de resolver los problemas.

Ante esta situación hay que buscar soluciones. Una de ellas es intercalar problemas de unidades distintas en los que se están trabajando, pero este hecho no deja de ser un recurso a veces demasiado pobre.

LA ACTIVIDAD

Intentando solucionar esta dificultad surgió la idea del problema del viernes, que no es otra cosa que plantear cada viernes un problema y que tengan los alumnos toda la semana para resolverlo.

Con esta idea tan sencilla, empezamos el trabajo. Y lo primero fue buscar problemas que cumplieran todas las condiciones que queríamos y a la vez fueran posibles de realizar por alumnos de 7º y 8º de E.G.B. y 1º y 2º de B.U.P., es decir toda la nueva Secundaria.

Una vez buscados los mismos, clasificados por temas (los hay de álgebra, geométricos, lógicos, topológicos,...) y dificultad, pasamos a la fase del planteamiento a los alumnos.

Todos los viernes se planteaba un problema, que no tenía por que ver con la materia dada, era una especie de oasis dentro de la clase, y se les pedía que durante toda la semana lo pensasen, lo resolvieran y lo entregaran por escrito, pero no solamente la solución sino todo el proceso llevado a cabo. Además de resolver los problemas se intentaba acostumbrar a los alumnos y alumnas el que escribieran, cosa bastante difícil, a veces, de conseguir.

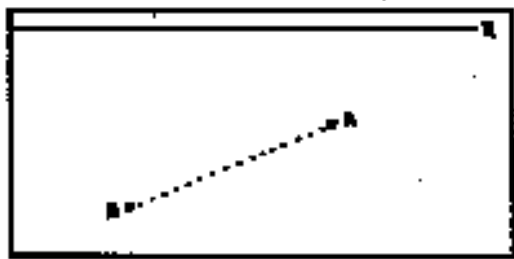
También se utilizaba parte de esa clase para resolver el problema de la semana anterior, analizando las diversas formas de resolverlo (cuando había más de uno), viendo posibles estrategias, buscando soluciones originales.

En resumen, metiéndonos en profundidad en el mismo.

No sólo se tenía en cuenta el que la solución sea correcta, cuestión que la mayoría de los alumnos consiguen sin excesiva dificultad, sino también el proceso seguido, primando la originalidad y sencillez de los mismos.

Al no estar programado al inicio del curso la resolución de los problemas era completamente voluntaria. Al final el único premio conseguido por los alumnos es la satisfacción personal de haberlo conseguido y la autoestima de ver que puede enfrentarse a cualquier tipo de problemas.

ALGUNOS PROBLEMAS



Tenemos un tramo recto de las vías de un tren (representado por la recta **R**), y dos pueblos **A**, de 60.000 habitantes, y **B**, de 20.000, situados al mismo lado de las vías del tren tal y como muestra la figura. Se quiere construir una única estación de ferrocarril que de servicio a ambas poblaciones, a la vez que las correspondientes carreteras que unan la estación con cada uno de los pueblos. **¿En qué lugar debe construirse la estación?**

2. Con las cifras que formas el año 1 9 9 5, operando con ellas, sin cambiarlas de orden, obtener los números 1, 2, 3, 4, hasta el 25.

3. En un almacén de 30 metros de longitud, 12 de ancho y 12 de alto hay una araña en el centro de una de las paredes menores a un metro del suelo. En la pared opuesta hay una mosca, también en el centro, pero a un metro del techo. **¿Cuál es el camino más corto que debe de recorrer la araña para comerse la mosca?**

4. Aquí tienes una curiosa suma. Cada una de las letras representa una cifra; así tenemos las 10 cifras: A, E, I, O, U, C, N, R, T, V. **¿Qué cifra representa cada letra?**

$$\begin{array}{r}
 \text{C U A T R O} \\
 \text{C U A T R O} \\
 \text{C U A T R O} \\
 + \text{C U A T R O} \\
 \text{C U A T R O} \\
 \hline
 \text{V E I N T E}
 \end{array}$$

5. Los vecinos de la familia Montenegro tienen por animal de compañía a un simpático y, a veces, travieso perro de nombre Billi. Billi estaba atado, por una cuerda que medía 60 metros, a una de las esquinas de la casa, que medía 30 metros de largo por otros tanto de ancho. Gracias a la longitud de la cuerda Billi podía corretear sobre una gran superficie del jardín de la vivienda. **¿Puedes adivinar sobre cuantos metros cuadrado de jardín podía pasear Billi?**

6. Utilizando sólo las cifras 3 y 4 (todas las veces que se necesiten), y las operaciones de restar y multiplicar solamente, obtener los números del 1 al 20 de forma consecutiva, es decir hay que empezar primero por el 1, luego el dos, luego el tres y así sucesivamente. Cuantas menos operaciones necesites mejor.

7. En casa de Julia compran pan, cada lunes, para seis días. La semana pasada, el hermano de Julia estuvo de excursión por lo que ahorraron una barra de pan diaria y el pan les duro nueve días. **¿Cuántas barras de pan compraron?**

8. Un ganadero de edad muy avanzada, sintiéndose morir, llamó a sus hijos y les dijo que deseaba dividir entre ellos el ganado que poseía. «*Tu Juan*» dijo al mayor, «*puedes quedarte con tantas vacas como creas que puedas cuidar, y tu esposa Almudena puede quedarse con un noveno de las restantes*». Al segundo hijo le dijo: «*Tu Eduardo puedes tomar tantas vacas como Juan más una más porque Juan fue el primero en elegir. A tu buena esposa Rosario le daré el noveno de las vacas que queden*». Al tercer hijo le dijo algo similar. Debía tomar una vaca más que el segundo y su esposa se quedaría con un noveno del ganado restante. El mismo principio fue aplicado a sus otros hijos. Cada uno tomaría una vaca más que el hermano anterior, y cada una de las esposas tendría un noveno del remanente. Cuando el hijo menor hubo recibido sus vacas, no quedaba ninguna para su esposa. Entonces dijo el ganadero: «*Como los caballos valen el doble que las vacas, dividiremos los siete que poseo de manera que cada familia posea el ganado por igual valor*». **¿Cuántas vacas poseía el ganadero? ¿Cuántos hijos tenía?**

9. Durante una terrible batalla medieval, el 85 % de los combatientes perdió una oreja, el 80 % un ojo, el 75 % un brazo y el 70 % una pierna. **¿Cuál es el porcentaje mínimo de los que perdieron a la vez una oreja, un ojo, un brazo y una pierna? ¿Y el máximo?**

10. Fui a la tienda y compré el mismo número de libros que de discos. Los libros me costaron dos dólares cada uno y los discos seis dólares cada uno. Gaste en total 40 dólares. Aceptando que la ecuación $2L + 6D = 40$ es correcta. **¿Qué es lo que esta mal en el siguiente razonamiento?**

$2L + 6D = 40$, como $L = D$ se puede escribir

$2L + 6L = 40$ luego

$8L = 40$

Esta última ecuación dice que 8 libros es igual a 40 dólares. Luego un libro cuesta 5 dólares

ALGUNAS SOLUCIONES

Como ejemplo de soluciones tomamos dos de los problemas propuestos:

1. Es posiblemente donde más se ha notado la diferencia de edad. Tanto los alumnos y alumnas de E.G.B., como los de 1º de B.U.P. se han limitado a decir que el punto es el equidistante de los dos pueblos (trazando la mediatriz) como que tenía que estar más cerca del pueblo A (sin precisar el punto) al tener más habitantes. Más raro, en 1º B.U.P., fue la respuesta de construir la estación de forma que los caminos que unen ambos pueblos con la estación fuera el más corto. En cambio en 2º de B.U.P. aparecieron respuestas mucho más originales y que invitan a una reflexión seria y profunda: Un punto sería el equidistante, pero la carretera sería la mediatriz hasta el camino que une ambas ciudades, aprovechando ésta; otra solución era el punto más cercano a A y que los habitantes de B aprovecharan el camino que une ambos pueblos. Estas dos respuestas no dejan de tener mucho fundamento matemático, pero hubo otras dos muy interesantes: una decía que más cerca de B ya que al tener menos habitantes habría menos autobuses y habría que facilitar el llegar a la estación a los habitantes de este pueblo y la otra era una simple pregunta: ¿de qué pueblo era el ministro que iba a construir la estación?

2. En esta actividad hubo gran cantidad de soluciones diferentes e interesantes, aquí sólo indicamos las más originales, a nuestro juicio:

$\sqrt{1+\sqrt{5}}-\sqrt{5}-5=1$	$(1+\sqrt{5})\sqrt{5}-5=4$	$1-\sqrt{\sqrt{5}-5}+5=3$	$\sqrt{1-\sqrt{5}-5}-5=4$
$1+\sqrt{5}+\sqrt{5}-5=3$	$2(1+\sqrt{5})\sqrt{5}-5=6$	$1+\sqrt{\sqrt{5}-5}+5=7$	$1+\sqrt{5}-5=4$
$1+\sqrt{5}+\sqrt{5}-5=9$	$\sqrt{1+\sqrt{5}}+\sqrt{5}-5=10$	$1+\sqrt{5}-5=11$	$1+\sqrt{5}-5=12$
$[(1+\sqrt{5})\sqrt{5}]-5=13$	$1+\sqrt{5}\sqrt{5}-5=14$	$1+\sqrt{5}+\sqrt{5}-5=15$	$(1+\sqrt{5})\sqrt{5}-5=16$
$19-\sqrt{5}-5=17$	$[(1+\sqrt{5})\sqrt{5}]-5=18$	$1+\sqrt{5}-5=19$	$(1+\sqrt{5})\sqrt{5}-5=20$
$-1+(\sqrt{5})^2-5=21$	$1+\sqrt{5}-5=22$	$\sqrt{1+\sqrt{5}-5}+5=23$	$1+\sqrt{5}-5=24$

Hay que hacer notar que en 2º de B.U.P. al proponerse este problema después de haber visto la trigonometría hubo varios alumnos que utilizaron: $\arcsen 1=90$, $\arctg 1=45$, $\lg 9.5=1$

CONSIDERACIONES SOBRE LA PRÁCTICA

El éxito conseguido por esta actividad puede calificarse de sobresaliente. Por una parte los alumnos han acogido muy bien los mismos, respondiendo la mayoría de ellos a todos los problemas, y hay que tener en cuenta que eran completamente voluntarios, sin ningún tipo de premios, es decir ni eran competitivos ni servía para la calificación de la evaluación.

Además las respuestas han sido en la mayoría correctas y hay que tener en cuenta que no todos eran fáciles ni evidentes, que algunos de ellos requerían bastante tiempo, dedicación, ingenio y conocimientos matemáticos. Es más había problemas que se requerían conocimientos no dados en la clase de matemáticas y ellos mismos los han buscado.

El interés también ha sido grande, estando atentos toda la semana a hacer preguntas sobre dudas que le surgían. Era tan grande el interés que muchos alumnos querían entregar cuanto antes las respuestas y si un viernes por diversas circunstancias no se tenía tiempo para el problema lo reclamaban, aunque no se hubiese solucionado el anterior.

La originalidad de las respuestas ha dependido mucho del tipo de problemas planteado, pero en general han encontrado en algunos problemas soluciones más sencillas y elegantes que las encontradas por nosotros.

Con respecto a las respuestas se ha observado una diferencia sustancial dependiendo de los cursos donde se ha aplicado. Los alumnos de 2º de B.U.P. son más originales al tener mayores recursos para resolver los problemas. Son ellos los que han encontrado más soluciones diferentes, más originales. De todas formas teniendo en cuenta las edades los alumnos de 7º han respondido bastante bien, aunque se nota las deficiencias en algunas partes de las matemáticas escolares, cuestión por otra parte bastante lógica.

Hemos observado que algunos alumnos que «andaban perdidos» se han motivado y han intentado recuperar la parte «clásica» de las matemáticas y algunos (desgraciadamente no muchos) lo han conseguido.

También se ha podido comprobar que no siempre los alumnos más brillantes en las clases normales eran los que mejor respondían sino que otro tipo de alumnos lo hacían no sólo correctamente sino de una forma admirable. Esto debe de hacernos plantear porque estos alumnos no siempre trabajan bien con los otros métodos de problemas y ejercicios.

CONCLUSIONES

Después de llevarlo a la práctica durante un año estamos dispuestos a seguir con la tarea ya que hemos

observado que estamos consiguiendo bastante de los objetivos propuestos, pero, sobre todo nuestros alumnos y alumnas han disfrutado haciendo matemáticas, han investigado, han pensado, se han enfrentado seriamente a problemas y los han resuelto. Y algo que para nosotros es fundamental: han hablado de matemáticas fuera de la clase, les ha interesado nuestro área, han descubierto una nueva y fascinante dimensión de las

matemáticas, no la típica de las clases teóricas y la resolución de ejercicios.

La motivación, el interés, la autoestima ha aumentado y no sólo en «*el problema del viernes*» sino en toda la clase de matemáticas. Se ven éstas de otra forma, las clases son más agradables, apetece más dar las clases, ver mejorar el rendimiento de los alumnos ... ¿que más se puede pedir?