

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CON LA CALCULADORA GRÁFICA TI-83

Queralt Llopis, Tomás

1. INTRODUCCIÓN

La importancia de la Probabilidad y la Estadística es cada vez mayor por el uso creciente de las ideas estadísticas. Los ciudadanos necesitan un conocimiento adecuado de la Estadística y de la Probabilidad para poder desenvolverse de manera positiva en nuestra sociedad. Necesitan un cierto entendimiento de los argumentos estadísticos, correctos e incorrectos, con que son continuamente bombardeados.

Como vemos en los diseños curriculares de los nuevos bachilleratos, se continua con el estudio de la Probabilidad y la Estadística, tal como ocurría en los anteriores planes de estudio, en unos casos dentro de los contenidos del segundo curso del Bachillerato, en otros casos dentro de los dos cursos. Sin embargo, el hecho de que se trabaje en la secundaria los conceptos básicos, permite llevar adelante en el Bachillerato el proceso de modelización y formalización de conceptos que previamente se trabajaron más intuitivamente.

Así, aparecen los contenidos relativos al estudio de modelos que permiten establecer las bases de un posterior estudio estadístico con mayor calado en lo que a significación se refiere. Hablamos de la inferencia estadística y la obtención de conclusiones relativas a las características de una población a partir de los datos de una muestra obtenida de la misma [4]. La interrelación de los modelos probabilísticos y estadísticos queda patente en estos casos, pues vemos que en ellos se realizan análisis estadísticos de los datos de las muestras, y las conclusiones siempre se expresan en términos de probabilidad. La importancia que tienen ambos modelos debe quedar patente ante los alumnos, pues sientan las bases de posteriores modelos más sofisticados. Por lo tanto, cuando trabajemos con nuestros alumnos los conceptos de distribuciones de probabilidad, deben apreciar que se les está proponiendo un modelo que puede ser aplicable o no a una situación aleatoria cualquiera, y no una simple colección de fórmulas y técnicas.

Una excesiva atención al cálculo mecánico de los parámetros puede hacer perder la visión del aspecto inferencial de la Estadística. Por ello, la utilización de la calculadora como instrumento de cálculo es de la mayor importancia, pero teniendo en cuenta que cualquier pregunta que requiera cálculos debe requerir también una discusión de los resultados obtenidos. El hecho de no tener que recurrir a la tabulación de las distribuciones y obtener los valores de probabilidad directamente con la calculadora, supone un avance considerable similar al que supuso el abandono de las tablas de logaritmos o las trigonométricas cuando apareció la primera calculadora científica. De mayor relevancia se puede considerar en este caso dicho avance si tenemos en cuenta las prestaciones gráficas, que nos permiten visualizar rápidamente la representación de una determinada distribución.

2. JUSTIFICACIÓN DEL USO DE LA C.G.

Al profesorado nos preocupa si el uso de esta herramienta va a suponer un progreso en lo que supone la enseñanza, o un inconveniente más añadido a la tarea de enseñar los contenidos del programa, puesto que también hay que hacer que el alumno aprenda el funcionamiento de la máquina. Desde mi punto de vista, creo que esta preocupación desaparece cuando vemos a nuestros alumnos utilizar la calculadora para llevar adelante su tarea. Ante determinadas actitudes de los estudiantes bastante comunes, como rechazar el enfrentarse a un problema, o el típico bloqueo que impide que el estudiante proponga algún camino para su resolución, el uso de la calculadora gráfica favorece la exploración de alternativas, la aparición de enfoques que incluso sorprenden al profesor, y en suma, proporciona una forma de trabajar próxima a lo que se puede entender por hacer matemáticas. Por otro lado, además de preocuparnos por las cosas que enseñamos, nunca debemos descuidar la forma en que nuestros alumnos

aprenden, y el uso de esta tecnología facilita romper con algunos estereotipos relativos a las matemáticas.

Ciertamente, si tradicionalmente se ha pensado que las matemáticas ayudan a razonar, el uso de la calculadora refuerza esta idea pues evita el tiempo dedicado a la realización de tediosos cálculos aplicando determinados algoritmos que en nada tienen que ver con el uso de habilidades y estrategias relacionadas con las matemáticas. No quiere decir esto que no debamos enseñar estos algoritmos, pero sí habrá que ir cuestionándose cuales tienen interés en enseñarse y cuales no, usando la máquina para hacer el cálculo y dedicar el tiempo que destinábamos a su enseñanza a profundizar en los conceptos verdaderamente interesantes [5].

En el contenido que nos ocupa, pienso que el problema de acudir a las tablas para obtener un valor de la función de probabilidad o de la función de distribución de una variable determinada no demuestra que el alumno haya comprendido el concepto de distribución de probabilidad de una variable aleatoria, o el de su función de distribución. ¿Por qué no usar, pues, la calculadora para obtener dicho resultado? Es más, la calculadora sí me permite hacer una exploración de la distribución de probabilidad de la variable que estoy estudiando. Veamos algunas aplicaciones.

Actividad 1. Un estudiante hace un examen tipo test de elección múltiple compuesto por 10 preguntas con 5 respuestas cada una. Si no ha estudiado para el examen y responde aleatoriamente la respuesta, ¿qué resultado puede obtener?

Para simular al estudiante contestando al test, generaremos 10 números aleatorios entre uno y cinco. El número 1 representará la respuesta correcta, y los otros números representarán las respuestas erróneas.

Las pantallas representan que hemos hecho el test y hemos conseguido 3 respuestas correctas de las 10.

```
MATH RND 10X 000
11 rand
21 rnt
31 rnt
41
51
61 randInt(
51 randInt(
71 randBin(
```

```
randInt(1,5,10)
3 2 2 1 1 4 1
```

```
randInt(1,5,10)
1 1 4 1 3 2 5
```

Esta simulación también puede hacerse almacenando los 10 dígitos en una lista, ordenándola de forma ascendente, y después mostrándola. Cada vez que pulsemos la tecla ENTER, se simulará la realización de un nuevo test.

```
randInt(1,5,10)
1 1 4 1 3 2 5
↓
1 1 2 2 3 4 5
```

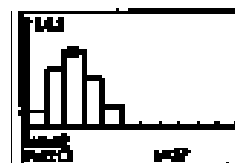
Recogemos los resultados de 50 tests y hacemos un histograma para ver la distribución de las puntuaciones de los tests. Para ello, pulsaremos la tecla MATH < 7 llegando a la instrucción **randBin** cuya sintaxis es: (número de pruebas, probabilidad [, número de simulaciones])

```
MATH RND 10X 000
11 rand
21 rnt
31 rnt
41
51
61 randInt(
51 randInt(
71 randBin(
```

```
randBin(10,.2,50)
1 3 3 2 1 3
```

```
MATH RND 10X 000
11 rand
21 rnt
31 rnt
41
51
61 randInt(
51 randInt(
71 randBin(
```

```
randBin(10,.2,50)
1 3 3 2 1 3
```



En la anterior simulación, el resultado más frecuente es de dos respuestas correctas, ocurriendo 17 veces. En ningún test se obtuvo 5 respuestas correctas o más.

¿Cual es la probabilidad que el estudiante consiga exactamente 6 respuestas correctas?

Para contestar esta pregunta utilizaremos la función de cuantía de la distribución binomial. La opción del menú **DISTR** ocupa el lugar 10: **binompdf** cuya sintaxis es: (número de pruebas u orden de la distribución, probabilidad o parámetro [, número de éxitos]). Así,

```

1:binomcdf(10,.2,6)
2:binomcdf(10,.2,7)
3:binomcdf(10,.2,8)
4:binomcdf(10,.2,9)
5:binomcdf(10,.2,10)
6:1-binomcdf(10,.2,5)

```

```

1:binomcdf(10,.2,6)
2:binomcdf(10,.2,7)
3:binomcdf(10,.2,8)
4:binomcdf(10,.2,9)
5:binomcdf(10,.2,10)
6:1-binomcdf(10,.2,5)

```

¿Cual es la probabilidad de que el estudiante consiga al menos 6 respuestas correctas?

Calculamos las probabilidades de 6, 7, 8, 9, o 10 respuestas correctas y las sumamos. Para obtener la función de cuantía de los cinco valores, en lugar de repetir la instrucción cinco veces, podemos poner entre llaves y separados por comas dichos valores, en el lugar que corresponde según la sintaxis al número de éxitos.

```

1:binomcdf(10,.2,{6,7,8,9,10})
2:1-binomcdf(10,.2,5)

```

```

1:binomcdf(10,.2,{6,7,8,9,10})
2:1-binomcdf(10,.2,5)

```

```

1:binomcdf(10,.2,{6,7,8,9,10})
2:1-binomcdf(10,.2,5)

```

```

1:binomcdf(10,.2,{6,7,8,9,10})
2:1-binomcdf(10,.2,5)

```

Para obtener su suma, con 2ND [LIST] < vamos al menú **MATH**, y en 5 está el menú **:sum**, que seguido por la anterior instrucción nos proporcionará la suma de los cinco valores de la función de cuantía.

La instrucción **binomcdf** es la función de distribución de la binomial, y nos proporcionará por tanto una lista con las probabilidades acumuladas mientras demos los dos primeros argumentos y el tercero quede en blanco; en el caso de aparecer los tres argumentos, la función nos dará la probabilidad acumulada hasta ese punto. Así, la probabilidad de que al menos 6 preguntas estén correc-

tamente contestadas será igual a 1 - la probabilidad acumulada hasta 5.

Si el examen tiene 50 preguntas de elección múltiple, ¿cual es la probabilidad de que el estudiante conteste 30 o más correctamente?

```

1:1-binomcdf(50,.2,29)
2:6.9367E-10

```

Actividad 2. Supongamos que estamos considerando una colección de puntuaciones del CI normalmente distribuidas, de la que sabemos que tiene de media 100 y una desviación típica de 15. Usar **randNorm** para simular una distribución de puntos de una muestra aleatoria de 100 personas que han hecho el test.

Para hacer esto iremos al menú **MATH** < submenú **PRB** y bajaremos a la opción 6, pulsando después **ENTER**. Para obtener la gráfica iremos con la tecla 2nd al submenú [**STAT PLOT**], configuraremos el dibujo y después en **WINDOW** marcaremos los límites de ventana. Sólo queda presionar la tecla **GRAPH**. Con la tecla **TRACE** recorreremos los distintos rectángulos del diagrama

```

1:randNorm(100,15,100)
2:1
3:69.64311694 94

```

```

1:randNorm(100,15,100)
2:1
3:69.64311694 94

```

```

1:randNorm(100,15,100)
2:1
3:69.64311694 94

```

```

1:randNorm(100,15,100)
2:1
3:69.64311694 94

```

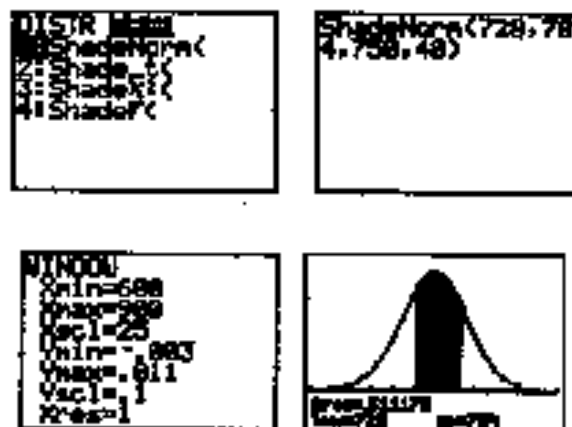
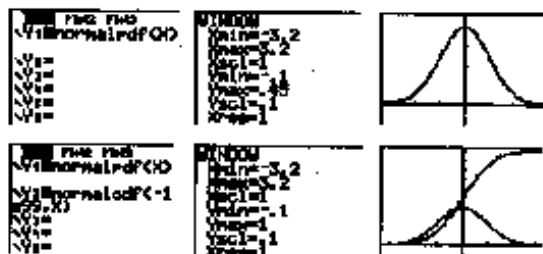
normalpdf (valor [, media, desviación típica])

normalcdf (cota inferior , cota superior [, media, desviación típica])

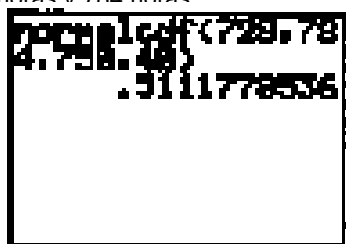
La instrucción **normalpdf** calcula la densidad de probabilidad para la distribución normal, y la **normalcdf** calcula la distribución de probabilidad normal acumulada entre la cota inferior y la cota superior. Ambas se

encuentran en el submenú **DISTR**.

Los valores por defecto para la media y la desviación típica son 0 y 1 respectivamente, mostrando así la distribución normal tipificada. Ambas funciones pueden



Actividad 3. Una compañía fabrica bombillas que tienen una esperanza de vida que se distribuye normal con una media de 750 horas y una desviación típica de 40 horas. Encontrar la probabilidad de que una bombilla dure entre 728 horas y 784 horas.



Podemos observar la región bajo la curva densidad cuya área se corresponde con la probabilidad calculada. Para ello iremos al submenú **DISTR** y activaremos la instrucción **ShadeNorm**. Su sintaxis es: **ShadeNorm** *cota infe-*

Los anteriores ejemplos muestran cómo trabajar los dos modelos más comunes de distribuciones de probabilidad para el caso discreto y para el caso continuo: la binomial y la normal. Pero las posibilidades son mayores: la distribución t de Student, la χ^2 , la distribución F, la distribución de Poisson y la geométrica. En todas se proporciona la función de probabilidad y la de distribución. Y siguiendo con el tratamiento de la estadística, a la hora de trabajar la inferencia también tenemos a nuestra disposición los modelos de test de hipótesis más comunes: test de la normal, test de la t, tanto de una como de dos muestras independientes, test de la χ^2 , intervalo de confianza, etc. Así, pues, ¿quién necesita ahora las tablas de las distribuciones estadísticas? Es más, el reto que a partir de ahora se nos plantea es de qué manera vamos a trabajar estos contenidos en la clase de matemáticas, siendo que hay una tecnología a nuestra disposición cuya potencia y capacidad no podemos ignorar de ninguna manera.

BIBLIOGRAFÍA

- ENGEL, A. (1988). Probabilidad y Estadística. Vol. 1. (Mestral: Valencia).
- KOEHLER, M. (1997). Statistics using the TI-83 graphics calculator. (Materiales de Texas Instruments.)
- MÁS, L. & GRACIA, F. (1996) Distribuciones de probabilidad. (Madrid :Texas Instruments).
- MONZÓ, O. & QUERALT, T (1995) La inferencia estadística en los bachilleratos. (Actas VII JAEM, Madrid).
- QUESADA, A. (1995) El impacto de las calculadoras gráficas en la enseñanza de aplicaciones matriciales a nivel preuniversitario. (Actas VII JAEM, Madrid).
- SAMUELS, M. L. (1989). Statistics for the life sciences. (Dellen Publishing Company : San Francisco, California).