

UNA EXPERIENCIA DE GEOMETRÍA FRACTAL EN LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS DE PRIMARIA

Turégano, Pilar

IMPORTANCIA DE LA GEOMETRÍA FRACTAL Y LA NECESIDAD DE INCLUIRLA EN EL CURRÍCULO

La geometría fractal modeliza matemáticamente figuras que son demasiado irregulares para su estudio mediante la geometría euclídea. Es, por tanto, una herramienta de modelización muy valiosa, aplicable en una amplia variedad de ciencias. Las formas vistas en plantas, sistemas vasculares, ríos, costas, montañas, nubes y copos de nieve abarcan sólo una fracción de la diversidad de formas que puede describir esta geometría. Estas y otras muchas aplicaciones en la ciencia ponen de manifiesto, según Goldenberg (1989), su importancia como herramienta que va más allá del área de las matemáticas académicas, potenciándola como un tema clave en el currículo, capaz de organizar las ciencias y las matemáticas.

La inclusión de la geometría fractal en el currículo de la formación matemática de los futuros maestros se justifica –desde mi punto de vista–, en primer lugar, por la necesidad de actualizar los conocimientos matemáticos. No hay razón para continuar con el conservadurismo ni con un currículo que sugiere que todos los descubrimientos matemáticos terminaron hace casi dos siglos. No se puede ni se debe privar a los estudiantes de las ideas y herramientas matemáticas modernas, y mucho menos cuando se trata de formar maestros para el siglo XXI. Los nuevos currículos han de tener muy presentes los nuevos logros matemáticos, las nuevas necesidades científicas y las nuevas capacidades tecnológicas. Sin lugar a dudas, la geometría fractal reúne todos esos requisitos.

En segundo lugar, el campo de la geometría fractal permitirá a los estudiantes que se cuestionen los currículos

fragmentados donde las matemáticas, biología, química, física y ciencias naturales parecen compartir muy pocas ideas importantes. Igualmente, les ayudará a cuestionarse el punto de vista de que las matemáticas son una serie de símbolos y reglas abstractas, mecánicas y sin sentido. Puede facilitar la interrelación de temas variados en las matemáticas, que a menudo aparecen conexos, y combina varias características importantes que la hacen un ejemplo interesantísimo de unas matemáticas vivas y cambiantes, adecuadas para que los futuros maestros experimenten el nuevo enfoque que las actuales propuestas curriculares¹ quieren dar a la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Estas propuestas se basan en la idea de que saber matemáticas hoy día es hacer matemáticas, y que es mediante la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la investigación y la exploración como los estudiantes llegan a saber matemáticas (NCTM, 1989).

El hecho de que la geometría de fractales se ocupe del «reino visual» de los procesos geométricos iterativos puede contribuir a su accesibilidad a los estudiantes jóvenes, matemáticamente ingenuos, antes de estar totalmente preparados para estudios de procesos numéricos iterativos.

En tercer lugar, hay que considerar que el uso de gráficos interactivos puede ayudar a desarrollar y utilizar modos alternativos de razonamiento basados fundamentalmente en argumentos visuales y cualitativos. La experimentación y el razonamiento visual son alternativas importantes al estilo habitual de argumentos matemáticos simbólico-deductivos. Buenos argumentos cualitativos y visuales son a menudo precursores y motivadores de demostraciones matemáticas más rigurosas, y son, a veces, demostraciones totalmente suficientes en sí mismas.

1. Diseño Curricular Base para la Educación Primaria (MEC, 1989); Curriculum and Education Standards for Schools Mathematics (NCTM, 1989).

Por último, el campo de la geometría fractal contiene recientes aplicaciones de la semejanza. Muchos fractales son figuras autosemejantes. Allí donde hay un cambio de escala hay una semejanza, y muchos algoritmos iterativos para introducir fractales con ordenador son simples procedimientos de cambios de escala. Su conexión con el currículo de Primaria es evidente.

Todas estas alegaciones –que no son todas las que se pueden hacer– creo que son suficientes para justificar la inclusión de la geometría fractal en el currículo.

UN ENFOQUE PEDAGÓGICO: LA INVESTIGACIÓN GUIADA

Utilizar un enfoque de investigación guiada –como el que voy a presentar– presupone que el profesor proporcione una orientación esencial, explicando el programa de ordenador, sugiriendo y ayudando a los estudiantes a aprender a observar y a realizar conjeturas, informando y ayudando al estudiante siempre que las investigaciones requieran conocimientos matemáticos que no recuerdan en ese momento o herramientas de las que no disponen.

Si queremos que el estudiante goce de autonomía intelectual, hay que hallar el término medio entre dictarles todos los movimientos y no orientarles en absoluto, permitiéndoles que fracasen demasiado pronto y abandonen la tarea.

Desde mi punto de vista, dos son los principios pedagógicos a tener en cuenta: orientar la exploración inicial y proporcionar una estructura de apoyo con vistas a ayudar a los estudiantes a desarrollar su habilidad para explorar autónomamente.

La utilización de programas informáticos bien diseñados da a los estudiantes la oportunidad de pasar de unos estilos de investigación a otros: visuales, experimentales y formales. Los estudiantes salen del terreno matemático convencional y hacen incursiones en dominios contemporáneos que no les son familiares. De esta forma, el aspecto motivacional está resuelto.

En definitiva, el profesor abandona su papel de conferenciante o instructor adoptando un papel más activo como tutor de un grupo de estudiantes más autónomos.

INVESTIGANDO UN PROBLEMA

El trabajo que voy a presentar es el resultado de una experiencia con 78 estudiantes de Magisterio (2º curso de la especialidad de Primaria) desarrollada en un entorno natural de clase y corresponde a tres sesiones de dos horas cada una.

El trabajo en el aula se realiza de forma individual o en pequeños grupos (cuatro estudiantes como máximo).

Todos los grupos disponen de calculadoras y sólo de dos ordenadores para toda la clase a los que acceden cuando lo consideran oportuno.

Se plantea un problema de fractales, campo en el que habían sido iniciados en primer curso, se recogen, en tres grabadoras colocadas en sendas mesas, las conversaciones de los estudiantes en el proceso de resolución del problema así como los protocolos, donde queda constancia de todo lo escrito.

Esta no es una experiencia aislada en mis clases –es mi forma de trabajo habitual–, y tiene la finalidad de que los estudiantes, mediante su propia experiencia, interioricen lo que debe guiar su actuación futura.

El problema propuesto trata de que ellos investiguen lo que ocurre al transformar cada uno de los lados de un cuadrado en una línea poligonal formada por cuatro segmentos iguales concatenados y las sucesivas iteraciones de esta transformación sobre la figura resultante.

Se parte de un cuadrado (Fig. 1a) en el que quitamos una porción triangular de cada lado (Fig. 1b) y la añadimos al resto del lado (Fig. 1c). El ligero zigzag de cada lado del cuadrado se hunde y sale del cuadrado en el punto medio del lado. El cuadrado inicial se transforma en la figura 1d.

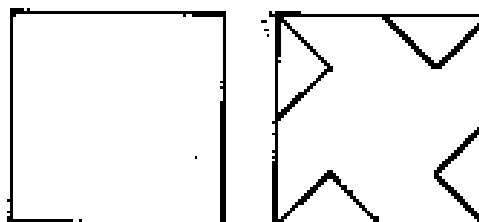


Fig. 1a

Fig. 1b

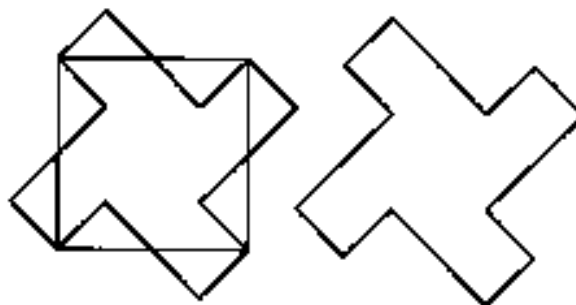


Fig. 1c

Fig. 1d

Es de crucial importancia, en geometría fractal, distinguir entre los objetos que obtenemos en cualquier paso

de la construcción y el objeto final. Por ello es importantísimo que las dos primeras transformaciones sean realizadas bien a lápiz y papel o con ordenador, implicando a los estudiantes en la construcción de las mismas, porque es deseable que no se conviertan en meros espectadores y hagan algo más que ver imágenes en la pantalla.

Suelen comenzar con la observación de atributos que les son familiares, lo que, en geometría, significa que las primeras observaciones se centran en la forma, el perímetro y el área. Pero ya en estas primeras observaciones surgen las interacciones con la teoría de números, progresiones geométricas, límites, probabilidad, etc.

Posteriormente surge un fractal aritmético –el triángulo

de Pascal–, lo que nos permite el paso a la aritmética modular. Finalmente, determinan el proceso geométrico que genera el fractal.

Son muchos los temas y procesos matemáticos implicados en la investigación del problema así como las interacciones surgidas entre el análisis geométrico, numérico y simbólico.

En resumen, este trabajo exploratorio con estudiantes de Magisterio es una prueba del atractivo de los fractales en el aprendizaje de las matemáticas en el aula. Podemos explotar su belleza visual y su ubicuidad en la naturaleza, pero, sobre todo, las formas sorprendentes en que desarrollan, apoyan y desafían las intuiciones, para atraer a los estudiantes a la investigación matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- DE GUZMÁN, M. y otros, (1993), *estructuras fractales y sus aplicaciones*. Barcelona: Labor.
- GOLDENBERG, P. (1989), Seeing Beauty in Mathematics: Using Fractal Geometry to Build a Spirit of Mathematical Inquiry, *Journal of Mathematical Behavior*, 8, págs. 169-204. El mismo artículo también se encuentra en ZIMMERMANN & CUN-NINGHAM (Eds), (1991), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, 39-66. Mathematical Association of America: Washington, DC.
- MEC (1989), *Diseño Curricular Base para la Educación Primaria*. Madrid: MEC.
- NCTM (1989), *Curriculum and Education Standards for Schools Mathematics*. Reston, VA: Author. (Existe versión en castellano: *Estándares curriculares y de Educación para la educación Matemática*, SAEM THALES 1991).
- PEITGEN, H. O. et al. (1990), El lenguaje de los fractales, *Investigación y Ciencia*, octubre, págs. 46-57.
- PEITGEN, H. O. et al. (1991), *Fractals for the Classroom: Strategic Activities*, Volume One. New York: Springer-Verlag.
- PEITGEN, H. O. et al. (1992), *Fractals for the Classroom: Strategic Activities*, Volume Two. New York: NCTM-Springer-Verlag.
- PEITGEN, H. O. et al. (1992), *Chaos and Fractals. New Frontiers of Science*. New York: Springer-Verlag.