

EL ORDENAMIENTO CAUSAL LIGADO A LA TEORÍA DE GRAFOS

Romero Moreno, L. M.

1. INTRODUCCIÓN

En los estudios de ingeniería informática el concepto de grafo se estudia en las asignaturas de matemática discreta, y en ellas se realiza un estudio matemático más o menos profundo. Se vuelve a tratar el concepto, esta vez como tipo abstracto de dato, en la asignatura "Estructuras de datos y algoritmos", y aquí se comienza introduciendo el concepto de tipo abstracto de dato, se continua con su especificación formal, posteriormente se pasa a su implementación y al estudio de su eficiencia, para acabar estudiando las familias de estructuras de datos diferentes.

En esta ponencia se describe la técnica del **ordenamiento causal**, para hacer una propuesta de enriquecimiento de la formación del estudiante en este importante capítulo, se introduce el concepto de causalidad y se pone especial énfasis en las implicaciones interdisciplinarias del método.

2. NOCIÓN DE CAUSALIDAD: PERSPECTIVA INFORMÁTICA

Los expertos suelen tener un punto de vista cualitativo pero también **causal** de cualquier sistema físico de interés. Por causal, se debe entender un tipo de causalidad operacional mediante la cual un experto explica como funciona un sistema y que valores o influencias propagan las variables. Partiendo de la causalidad, se puede centrar cualesquier parte de un sistema físico, sin tener que tratar la totalidad de él (por ejemplo, un sistema de ecuaciones). Esta perspectiva será muy útil cuando lo que se busca es explicar el **comportamiento** de un sistema.

Hemos de tener en cuenta que como la causalidad es una herramienta de comprensión de la realidad, ha sido objeto de discusión en el seno de la comunidad de la inteligencia artificial y en el de la filosofía. Aquí nos inte-

resa más bien, tomar un punto de vista más práctico, motivado por problemas de implementación, para o bien codificar las influencias causales dentro de un modelo, o bien para razonar la secuencia de pasos que deben seguir las asignaciones. Las relaciones explícitas de causalidad aparecen soportadas por un **grafo orientado** cuyos nodos y arcos representan las variables y las influencias entre dichas variables, respectivamente. Para usar la causalidad como herramienta en la explicación del comportamiento de un dispositivo, un argumento tiene que contar con las propiedades:

* Orden temporal: causa y efecto tienen que estar ordenados con respecto al tiempo.

* Localidad: se debe identificar una unión entre causa y efecto.

* Necesidad: un efecto requiere una causa.

Se puede, para explicar lo que representa un argumento causal, recurrir al ejemplo de una fila de dominós, si uno cae, todos los otros caen en serie tras él. Veamos otro ejemplo, para ver el uso de estos argumentos, especialmente del orden temporal:

Las ecuaciones $s = i$ y $i = m$, con la interpretación: si el conmutador está encendido ($s=1$), luego la corriente fluye ($i = 1$), por tanto $m = 1$, luego la lámpara se enciende, (se presupone que no está rota). Si un valor es conocido, entonces los otros pueden calcularse. Si por el contrario se toma una perspectiva **causal**, entonces la relación es:

$$s \rightarrow i \rightarrow m$$

pues el conmutador hace que fluya la corriente y ésta enciende la lámpara, pero no viceversa. Tenemos aquí una propiedad fundamental de la causalidad, su **asimetría**. Es ésta una oportunidad para familiarizar a los alumnos con este concepto y con sus implicaciones a la hora de la implementación. Se nos ha proporcionado así, un buen ejemplo para hacer notar que esta distinción

puede también ser expresada por las diferentes interpretaciones que del signo = puede hacerse en informática. Además de una relación de equivalencia este signo representa una operación de asignación de valores y de direcciones.

Otro aspecto importante a destacar es, que la causalidad tiene que darse en una situación dinámica, es decir, la causa ha de ocurrir antes del efecto. Luego el concepto de causalidad, sólo tiene sentido en el caso de sistemas dinámicos. Además hay que tener en cuenta que la causa es necesaria pero no suficiente para el efecto. Desde un punto de vista lógico ahí existe una implicación en lugar de una equivalencia.

3. ORDENAMIENTO CAUSAL

El método del ordenamiento causal puede aplicarse tanto a sistemas que se describen mediante ecuaciones algebraicas, como a los que se describen mediante ecuaciones diferenciales. Para presentar la técnica utilizaremos un sistema dinámico, en el que las ecuaciones diferenciales se dan en forma canónica. En lo que es la descripción dinámica del sistema, la causalidad puede ser bien identificada. Hemos de tener en cuenta que el método sólo puede aplicarse a variables que no se ven afectadas por la derivada, pero veremos a lo largo de la aplicación del método como resolver esta limitación.

Partamos del siguiente sistema, que nos servirá de ejemplo de descripción del método:

- 1 $f_1(x_1, x_2, x_4) = c_1$
- 2 $f_2(x_2, x_3, x_4) = c_2$ La derivada dx_3/dt depende de x_2 y x_5 ,
- 3 $dx_3/dt = f_3(x_2, x_5)$ y dx_4/dt sólo de x_5 .
- 4 $dx_4/dt = f_4(x_5)$
- 5 $x_5 = c_5$

Luego las variables x_3 y x_4 están afectadas por la variable exógena x_5 . En un primer paso, se puede considerar que las variables que aparecen afectadas por la derivada, y que en los dos casos aparecen a la izquierda, serán consideradas constantes. Esta asunción puede justificarse por el hecho de que la integración de ecuaciones diferenciales, es decir, el cálculo de nuevos valores, implica al tiempo sí las ecuaciones algebraicas reaccionan instantáneamente. Luego, el anterior tipo de ecuaciones se puede considerar como constantes durante el tratamiento de las otras. Este primer paso transforma el sistema anterior en la siguiente forma, a la que también se le llama sistema en equilibrio:

- 1 $f_1(x_1, x_2, x_4) = c_1$
- 2 $f_2(x_2, x_3, x_4) = c_2$

Y se puede asociar ahora, la siguiente matriz al sistema:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	*	*		*	
2		*	*	*	
3			*		
4				*	
5					*

Donde se muestra el número de ecuación y dentro de las celdas las variables que la afecta marcada con *

En este caso tenemos una matriz triangular superior, pero en general lo que hemos de tener en cuenta es que las filas con una sola variable que aparecen en las matrices obtenidas son las que determinan la estructura causal del sistema y son las llamadas **variables exógenas**. La matriz hace el sistema de ecuaciones explícito, el método de resolución es similar al de Gauss, y se pueden también intercambiar filas y columnas. El método traza el grafo de la figura 1, y los arcos marcados con i indican un paso de integración:

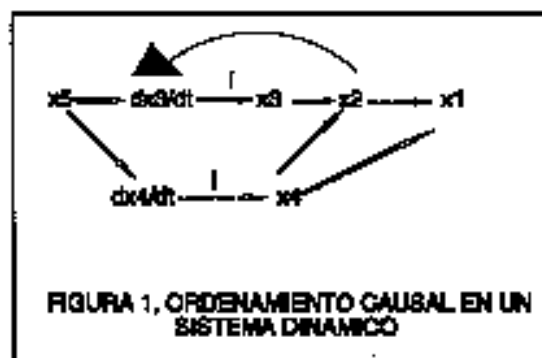


FIGURA 1. ORDENAMIENTO CAUSAL EN UN SISTEMA DINÁMICO

Una vez que tenemos el grafo puede aplicarsele todos los algoritmos estudiados para su tratamiento, y así ampliar el conocimiento de partida sobre el sistema. Es posible identificar un rasgo del sistema sin más que tener el grafo construido: el contacto del sistema con su entorno se establece sólo por las derivadas de las variables x_3 y x_4 , la variable exógena, x_5 , actúa sólo sobre estas dos. De esta forma el sistema puede ser tanto encapsulado, como particionado. Las variables endógenas pueden ser analizadas sin considerar las respectivas influencias externas.

Este método, produce una relación asimétrica entre las variables, por una sustitución iterativa de las cantidades en las ecuaciones. Sin embargo, y podríamos señalar este rasgo como una limitación del método, en el caso de

que aparezcan bucles de retroalimentación en los grafos, se necesitan métodos matemáticos mucho más potentes para continuar con el estudio del sistema.

4. CONCLUSIONES

En esta comunicación se presenta un método que ilustra la aproximación causal para la resolución de un sistema, pues las uniones entre las variables representan relaciones explícitas de causalidad. También sería posi-

ble, manejar valores simbólicos en el grafo causal, lo que abre un camino importante hacia la representación del conocimiento. Otro rasgo interesante a destacar es que el método incluye conceptos provenientes de las matemáticas (teoría de grafos) de la informática (estructuras de datos) y de la inteligencia artificial (causalidad y modelado de sistemas). Por todo ello, se propone añadirlo al estudio de los grafos y enriquecer así, la formación del ingeniero en informática o la de cualquier estudiante de ciencias en general.

BIBLIOGRAFÍA

- L. TRAVÉ-MASSUYÈS, K. BOUSSON, J-M. EVRARD, F. GUERRIN, B. LUCAS, A. MISSIER, M. TOMASENA AND L. ZIMMER. **Non-causal versus causal qualitative modelling and simulation**. Intelligent Systems Engineering Autumn 1993.
- H. WERTHNER. **Qualitative Reasoning** Modeling and the Generation of Behavior. Springer-Verlag Wien New York, 1994.