

LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

María Paz Bujanda Jáuregui

Universidad Complutense de Madrid

“Aun cuando su historia no es muy dilatada, la investigación en educación matemática es un discurso que comenzó mucho antes de que surgiesen los investigadores actuales y que continuará bastante después de que hayan desaparecido”

I. ¿QUÉ ES INVESTIGAR?

Consideramos importante comenzar por esta cuestión tan amplia, ya que de la respuesta que se dé a ella depende la comprensión y el alcance que se otorgue a la investigación en educación matemática.

De un modo informal, podemos decir que investigar es indagar, detectar y plantear problemas, tratar de resolverlos con los métodos adecuados para cada situación y dar a las conclusiones obtenidas el carácter de certeza peculiar al marco científico en el que se trabaja.

En cualquier caso, lo esencial de una investigación es la existencia del problema.

Precisando más y refiriéndonos ya a una investigación con un posible respaldo académico, habría que exigir además estas condiciones:

Originalidad, bien en la elección del problema, en el tratamiento que se le dé o en las conclusiones que se obtengan.

Interés, naturalmente dentro de la ciencia en que se la sitúe.

Calidad científica, por lo que se refiere a los métodos empleados y a la importancia de la aportación. Es muy frecuente que la calidad científica venga determinada por el contraste con otras investigaciones del campo.

Es de notar que la constatación del interés y de la calidad científica tiene necesariamente una fuerte componente subjetiva.

II. DISTINCIÓN ENTRE LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS Y LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

Nos parece de mucho interés detenernos en esta distin-

ción porque, con mucha frecuencia, las críticas sobre los estudios en Didáctica de las Matemáticas que proceden de la comunidad matemática, se apoyan en aplicar a la investigación en educación matemática el baremo que rige para la investigación matemática. En realidad se trata de dos campos diferentes, si bien muy relacionados.

1. Características de la investigación en Matemáticas.

La investigación matemática parte de un marco axiomático, que habitualmente se da por supuesto, y, esencialmente, todos sus resultados consisten bien en explicitar parcialmente lo ya contenido en los axiomas o bien en ampliar el campo axiomático y a partir de ahí obtener nuevas explicitaciones o teoremas.

En los dos casos y, aun cuando en su proceso de elaboración el método es el común a las ciencias experimentales, esto es, el método de ensayo y error que va corroborando, rechazando o afinando las conjeturas formuladas, los resultados deben estar convenientemente avalados por una demostración.

De su condición de explayar un conjunto de axiomas, se deduce que los resultados matemáticos, salvo por errores que pudiéramos considerar de «procedimiento», son necesariamente exactos, es decir, coherentes y acordes con la teoría axiomática en la que se apoyan.

La exactitud, el carácter de certeza indiscutible de los resultados de las investigaciones matemáticas, proceden pues de su integración en un campo axiomático y en este hecho residen a la vez su importancia y sus limitaciones. La conocida frase de Einstein pone este hecho de relieve:

«En la medida en que se refieren a la realidad, las leyes de las matemáticas no son ciertas; y en la medi-

1. Kilpatrick, J. et alii, p. 80, en «Educación Matemática e Investigación», Ed. Síntesis, 1994.

da en que son ciertas, no se refieren a la realidad».

2. Características de la investigación en educación matemática.

De acuerdo con Brousseau, las investigaciones en este campo se dirigen en primer lugar a explicar los fenómenos de la enseñanza. Dice así:

«La didáctica es el estudio de los fenómenos de la enseñanza que son específicos del conocimiento enseñado, sin ser reductibles al dominio del saber al que pertenecen»²

Esto es, la investigación en didáctica de cualquier materia, de las matemáticas en nuestro caso, comprende un ámbito diferente al de la materia enseñada, aun cuando un conocimiento profundo de la materia debe formar parte de todo estudio didáctico. Pero no puede reducirse a ella; comprende además el estudio de los fenómenos que se presentan en su enseñanza. Estos fenómenos son de tipo muy variado: *psicológicos* (pensemos, por ejemplo, en las teorías del aprendizaje), *sociológicos* (por ejemplo, la enseñanza respondiendo a las exigencias de la sociedad o considerando la influencia que en ella ejercen los factores sociales), *epistemológicos* (evidentemente es necesario conocer las peculiaridades de una materia al pensar en su enseñanza), etc.

En Didáctica de las Matemáticas caben, según señala Brousseau en el trabajo citado, las reflexiones sobre su propia naturaleza, que conduzcan a un esfuerzo por su científicación, en el sentido de diseñar un cuerpo de doctrina, con sus «verdades» peculiares. Este tipo de trabajo corresponde a la elaboración de teorías sobre educación matemática.

Otro tipo de investigaciones se inserta claramente en el cuadro de una *acción para la enseñanza*. Por ejemplo, la elaboración de currícula, los estudios sobre métodos de enseñanza, la consideración de dificultades especiales, etc.

Estos dos tipos de estudios no son disjuntos. Muchas investigaciones del primero, que pudiéramos considerar «teóricas», han venido sugeridas por realidades de la enseñanza y, en cualquier caso, para su mayor efectividad deben poder ser justificadas en un plazo conveniente por la elaboración de propuestas útiles para la acción. Del mismo modo, los estudios vinculados a acciones educativas, que pudiéramos considerar «prácticos», poseen normalmente de un modo más o menos explícito, una teoría educativa en la que se apoyan.

Señalaremos dos claras vinculaciones de la investiga-

ción en educación matemática con otros campos.

2 a) La investigación en educación matemática, como una aplicación de las matemáticas.

La distinción entre matemáticas «puras» y matemáticas «aplicadas» está lo suficientemente clara como para no detenerse en ella. A nuestro modo de ver, la investigación en educación matemática corresponde a unas matemáticas «aplicadas», de otro signo que las tradicionalmente consideradas como tales, pero de un gran interés por la importancia y amplitud de su campo: la contribución a la formación de la persona.

Del mismo modo que las investigaciones sobre la aplicación de las Matemáticas a la Física, a la Biología o a la Economía, por ejemplo, tienen un claro carácter experimental y nadie niega por ello su carácter científico, creemos que las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas tienen también esta condición científica, con las peculiaridades que cabe esperar de este tipo de aplicación de las matemáticas.

2 b) La investigación en educación matemática dentro de las ciencias del comportamiento.

La educación en general y, en particular, la educación matemática, tienen indiscutiblemente las características propias de una ciencia humanística. Parece significativo que en el marco de la Investigación establecido por el Ministerio de Educación y Ciencia para la evaluación de la labor investigadora de los profesores de Universidad, la investigación en Educación Matemática aparece integrada en el Bloque de Ciencias del Comportamiento. Por consiguiente, de acuerdo con este criterio, los resultados de la investigación en este campo tiene un grado de certeza y universalidad propios del estudio de la conducta humana.

3. Diferencias entre la investigación matemática y la investigación en educación matemática.

En todos o casi todos los Congresos de Matemáticas suele organizarse una sección dedicada a Didáctica de las Matemáticas y también es bastante frecuente que una de las conferencias plenarias se dedique a problemas planteados en la educación matemática. Ello da testimonio de que, al menos colectivamente, la comunidad matemática internacional no se siente en absoluto ajena a las cuestiones que se refieren a la enseñanza de nuestra ciencia.

Otra prueba de esta relación de las Matemáticas con la educación matemática, la proporciona la organización y desarrollo del Primer Congreso Internacional del I.C.M.I. (International Commission on Mathematical Instruction), celebrado en Lyon en el año 1968. El esquema de orga-

2. Brousseau: «Tendances originales des recherches en didactique de mathématique». Actas del Congreso «Ensino da Matematica anos 80», p. 89. Lisboa 1982.

nización seguido en este primer Congreso sobre Didáctica de las Matemáticas dentro del mundo «oficial» de las Matemáticas (El I.C.M.I. es un organismo dependiente de la Unión Internacional de Matemáticos, I.M.U.) reflejaba claramente el de un Congreso de Matemáticas.

Esta observación fue formulada y tenida muy en cuenta por los organizadores del Segundo Congreso del I.C.M.I., celebrado en Exeter en 1972. La experiencia había revelado que la transferencia de procedimientos de los Congresos de Matemáticas a los de Didáctica de las Matemáticas, daba lugar a muchas limitaciones y deficiencias, que ponían claramente de relieve que las Matemáticas y la Educación Matemática tienen intereses comunes, pero muy fuertes diferencias. Recogemos en este punto la convincente explicación de los organizadores del Congreso:

«La educación matemática es una materia totalmente distinta en naturaleza de las matemáticas. Aunque no hay escasez de teorías en la primera, hay una notoria falta de teoremas, ya que no hay nada parecido a un sistema de axiomas que, aun de un modo imperfecto, pueda servir de marco comúnmente aceptado para el desarrollo de las investigaciones en educación»³.

Es muy importante tener en cuenta estas consideraciones cuando se trata de abrir camino y situar adecuadamente una confluencia entre las Ciencias de la Educación y las Matemáticas.

Otro aspecto de mucho interés, relacionado con las ideas anteriores pero con un matiz diferente, es el de la *falta de aceptación universal* de las investigaciones en educación matemática.

Los investigadores en esta materia aportan en primer lugar sus propias experiencias, su juicio personal y las relaciones de su trabajo en clase. Todo ello tiene una gran dimensión subjetiva. Nótese la diferencia existente, ya desde el planteamiento, entre las investigaciones matemáticas y en educación matemática. Las matemáticas poseen ya una profesionalidad básica, que concede a todos sus resultados la patente de validez universal. Esto es, los teoremas matemáticos tienen el mismo grado de aceptación en cualquier país y en cualquier época (aun cuando esto último exigiría una matización en la que no entramos).

Como consecuencia inmediata de su propio origen y planteamiento, los resultados obtenidos en la investigación en Didáctica de las Matemáticas tienen un grado de certeza propio de las ciencias humanas y un campo de

aplicación restringido. Cada colega debe interpretar los resultados que se obtienen y adaptarlos a su entorno educativo. Y no solamente habría que tener en cuenta estas diferencias que pudiéramos llamar «ambientales», sino que, en autorizada opinión de Freudenthal, que hacemos nuestra, todo trabajo en educación matemática tiene, de un modo consciente o inconsciente, una base filosófica subyacente.

René Thom, en su ponencia del Congreso de Exeter⁴, señaló que, a medida que uno se desvía del «tronco común» de las matemáticas, la diferencia de universos semánticos entre las matemáticas puede conducir a difíciles problemas de interpretación y comprensión. ¡Con cuánta más razón podríamos afirmarlo de la educación matemática, donde ni siquiera existe ese tronco común!

III. ORÍGENES Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las discusiones sobre el papel de las matemáticas en la formación de la persona, se remontan al menos a Platón, hace más de dos mil años, que en dos Diálogos: La República (donde considera el valor de las matemáticas para el buen desarrollo de la sociedad) y el Menón (donde pone en boca de Sócrates una deliciosa lección heurística al joven esclavo de Menón sobre el teorema de Pitágoras).

Sin embargo, hubo que esperar al siglo XX para que estas discusiones tuvieran una línea de continuidad, se recogieran con fuerza y pudieran proyectarse en un ámbito internacional.

Aun cuando ya hubo claros síntomas a principios de siglo (recordemos la fundación del I.C.M.I. en 1908 en el Congreso Internacional del I.M.U. en Roma), parece razonable situar el origen de una investigación sistemática en la década de los cincuenta.

En los últimos años de la década, el estudio de los métodos de enseñanza en las Matemáticas y la elaboración de los nuevos currícula, fueron reforzados por las reuniones organizadas por el I.C.M.I. y por la difusión de los diferentes puntos de vista en un foro internacional cada vez más amplio y definido: los I.C.M.E. (Internacional Congress on Mathematical Education).

Nos parece de interés destacar el esfuerzo realizado en el II I.C.M.E. (Exeter, 1972), por describir la situación de la investigación en educación matemática. Tomamos

3. Howson, G. et alii (ed.): «Developments in Mathematical Education». (Proceedings of the Second International Congress in Mathematical Education; Exeter 1972), Cambridge University Press. 1973.

4. Thom, R. «Mathematics modern: does it exist?», en «Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education». Exeter 1972. Cambridge University Press.

esta cita de sus organizadores:

*«La educación matemática, una disciplina todavía en sus años de formación, parece abrazar demasiados intereses como para que cualquier delimitación sea aprovechable o incluso posible. El Congreso quisiera alcanzar a proveer a todos los intereses y en la medida en que pudiera describir sus propósitos, desearía estudiar trabajos recientes en el campo de la educación matemática y estimular desarrollos posteriores».*⁵

La naturaleza internacional del Congreso sirvió para poner de relieve el amplio espacio de condiciones en que se desarrollaba la investigación en educación matemática:

- Factores ambientales e influencias culturales.
- Intereses de los distintos países.
- Los motivos de reflexión en todos los sectores educativos; problemas tan variados como la formación del concepto de número en el niño y como lo que debiera estudiarse de cálculo en una Universidad abierta para jubilados.

A título indicativo señalamos algunos de los temas que fueron tratados en los diferentes grupos de trabajo que se formaron en el Congreso:

- Creatividad, investigación y resolución de problemas.
- Estructura y actividad.
- El impacto de las Matemáticas Modernas en la Educación Primaria.
- Relaciones entre Matemáticas y Lenguaje.
- Dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas.
- Características de las Matemáticas que se enseñan a los especialistas.
- La enseñanza de las Matemáticas aplicadas y su relación con la disciplina concreta en la que se va a dar esa aplicación.
- Las Matemáticas en la enseñanza preuniversitaria.
- Historia de las Matemáticas.
- La formación profesional de los profesores de Matemáticas en los diferentes niveles.
- Tecnología educativa; el lugar del ordenador en la enseñanza de las Matemáticas; el uso de las calculadoras programables en las escuelas.

- Diseños curriculares y evaluación.

IV. CORRIENTES ACUALES EN LA INVESTIGACIÓN SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

Según señala J. Kilpatrick⁶, una característica de la investigación en Didáctica de las Matemáticas es la existencia de una laguna entre la investigación y su proyección a la práctica. Habría que considerar los siguientes hechos:

- Hay una generalizada insatisfacción sobre la enseñanza de las matemáticas en las escuelas, que conduce a pedir a los investigadores guía e información práctica.
- Por su parte los investigadores se preocupan más por los fundamentos epistemológicos y metodológicos de su trabajo que por la atención a problemas concretos de la enseñanza.
- El impulso para la investigación de tendencia más práctica se ha alcanzado precisamente cuando muchos investigadores dudan de que la investigación que puedan hacer sirva para aconsejar conductas y han llegado a contentarse con analizar lo que sucede cuando los niños aprenden y los profesores enseñan.
- Otros investigadores sostienen que tanto la educación como la sociedad deben transformarse y que la investigación debe ser el agente de esta transformación.

Estos hechos que revelan corrientes cambiantes no son los únicos. Habría que añadir los que se derivan del amplio campo de los intereses de la investigación en educación matemática.

Kilpatrick en el artículo citado se propone reseñar algunas de estas corrientes y demostrar que, por debajo de esta superficie alborotada, yacen tendencias permanentes que dan forma a los esfuerzos de investigación. Actualmente hay *temas de investigación que no estaban representados hace diez o veinte años*. Por ejemplo: la relación entre las diferencias de sexo y las diferencias étnicas y el aprendizaje de las matemáticas.

Existen también *temas que se estudiaban hace diez o veinte años y que no han perdido su interés*. Por ejemplo: el análisis de los errores, el análisis de la enseñanza, el uso de los ordenadores en la enseñanza.

Tenemos también *temas que mantienen su importancia* como son la resolución de problemas y el razonamiento

5. Howson, G. et alii (ed.): «Developments in Mathematical Education». P. 6 (Proceedings of the Second International Congress in Mathematical Education; Exeter 1972). Cambridge University Press. 1973.

6. Kilpatrick, J.: «Changes and Stability in Research in Mathematics Education» (En honor del Prof. H.G. Steiner en su 60º aniversario). ZDM 1988/5, pp. 202-204.

espacial.

Otras cuestiones *van perdiendo interés*. Por ejemplo: los estudios sobre las teorías de Piaget y la investigación de las interacciones aptitud-tratamiento.

El estudio de *los contenidos matemáticos* ha sido y continúa siendo una vía común de las investigaciones en educación matemática. Por ejemplo: las dificultades del aprendizaje de los números naturales, las operaciones aritméticas, el álgebra, la geometría y la probabilidad no son solo temas del curriculum escolar, sino también puntos de intensa actividad investigadora.

V. PROPUESTA DE CLASIFICACIÓN DE LAS INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Se han hecho muchas posibles clasificaciones sobre la investigación en Educación Matemática. Nos referimos, en razón de su claridad, a la propuesta en el estudio realizado por el I.C.M.I. en Kuwait en 1986 en torno a «las Matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90».

a) *Por niveles*.

b) *Por focos de investigación*.

a) *Por niveles*.

Un primer nivel es el formado por la investigación que pretende ayudar a la toma de decisiones por parte de la Administración y de los diseñadores de currículos.

Por ejemplo: el Informe Cockfrot y los elaborados a petición del Ministerio de Educación y Ciencia, con motivo de la realización y puesta en vigor por la LOGSE

Un segundo nivel es el de la investigación teórica.

Uno de los puntos flacos de gran parte de la investigación actual es la ausencia de un paradigma o fondo doctrinal común. Los investigadores están con frecuencia demasiado separados de cualquier contexto teórico; no tratan específicamente de desarrollar construcciones teóricas y como consecuencia no ayudan a cubrir la gran necesidad de la educación matemática: el desarrollo de teorías para la práctica.

Kilpatrick considera⁷ la necesidad de un análisis conceptual, de construcción de teorías y ofrece también un modelo útil de investigación, en el que considera dos

dimensiones:

- El rigor. (Los requisitos profesionales que la investigación debe cumplir).
- La significación (i.e. la amplitud con que los resultados pueden influir en el pensamiento)

Kilpatrick subraya el contraste entre el gran rigor y la escasa significación de una gran parte de la investigación realizada en Estados Unidos y el poco rigor y la gran significación de muchos estudios soviéticos. Se plantea el modo de llegar a un estado de alto rigor y gran significación.

En este orden de ideas, es necesario subrayar que la naturaleza plurifactorial de la educación matemática necesita equipos de investigación fuertemente interdisciplinarios. Sería deseable que los centros de investigación tuvieran estrechas relaciones con los investigadores de otras materias o que fueran lo suficientemente amplios como para incluir entre su personal investigadores venidos de otros campos.

La «investigación fundamental» (no es fácil precisar su significado), las nuevas construcciones teóricas, los estudios fenomenológicos, etc. no afectarán directamente a lo que pasa en las aulas y sería erróneo esperar que lo hicieran. Los «resultados» de este tipo de investigación son de interés fundamentalmente teóricos para otros investigadores y para los diseñadores de currícula. Esto es, la importancia práctica de las teorías consiste en permitir a otros investigadores más relacionados con la enseñanza inmediata, ver, por encima de los resultados específicos de sus trabajos, los conceptos generales subyacentes. Esto a su vez aumentará la generalidad de su estudio y su aplicación a problemas educativos reales.

Un tercer nivel de investigación es el del profesor que reflexiona sobre su propia práctica.

La distinción de estos tres niveles no implica en absoluto que el «investigador profesional» debe estar separado del «profesor que investiga». Muy al contrario, sería muy de desear el intercambio, la unión en un mismo proyecto de los dos tipos de profesores.

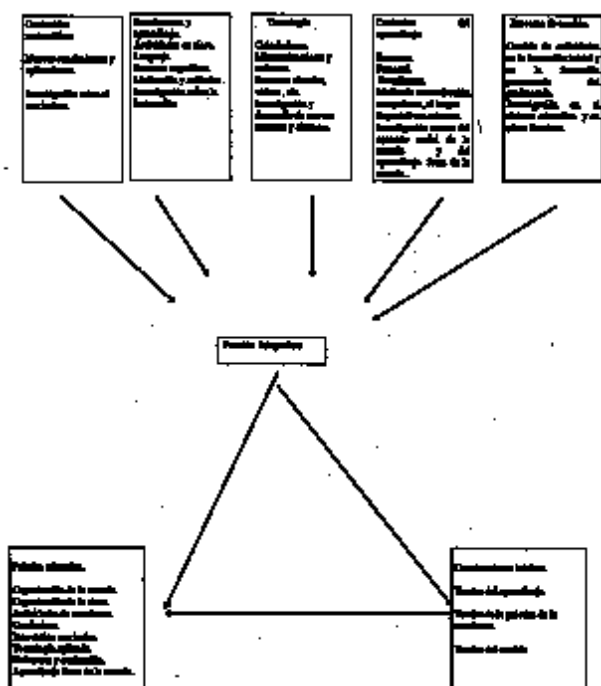
b) *Clasificación por focos de investigación*.

Si se quiere que la investigación sea eficaz, debe llevarse a cabo con un amplio sistema de objetivos en la mente. Reproducimos el siguiente esquema, tomado de «School mathematics in the 1990's»⁹. En él aparecen indicadas de un modo necesariamente impreciso pero muy ilustrativo, diferentes bloques sobre actividades de

7. I.C.M.I. «School Mathematics in the 1990's» Cambridge University Press. 1986.

8. Kilpatrick, J. En «Research on Mathematical Learning and Thinking in the U.S.», en *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 2. 1981.

9. I.C.M.I. «School Mathematics in the 1990's». Cambridge University Press. 1986.



VI. LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN ESPAÑA

La preocupación existente en nuestro país por la investigación en educación matemática, va cobrando un interés creciente que se manifiesta, entre otras cosas, por:

- La realización regular de Congresos de carácter nacional e internacional que atraen a un gran número de profesores y que proporcionan un marco para la exposición y el debate de las ideas sobre la enseñanza de las Matemáticas.
- La creación de grupos de trabajo, principalmente integrados por profesores de Educación Obligatoria, de Enseñanzas Medias y de Departamentos de Escuelas Universitarias de Magisterio.
- La existencia de varias revistas especializadas que cada vez van alcanzando una mayor difusión dan testimonio del interés por el tema. A partir del año 1988, la aparición de una revista a nivel nacional, SUMA, que aglutinó a varias de la ya de las existentes con anterioridad, ha supuesto un paso importante. No obstante, continúan de modo independiente

una serie de revistas muy afianzadas y de un gran interés.

No obstante, hemos de señalar que todavía la investigación didáctica a la que se dedican no pocas personas, no está demasiado considerada.

En lo que sigue, tomamos libremente ideas del capítulo dedicado a la investigación en el interesante documento elaborado en el Simposio de Valencia¹⁰ de 1987.

La Universidad y la investigación en educación matemática

Es muy importante la implicación de la Universidad en la investigación educativa en general y en particular en la de la educación matemática.

No puede olvidarse que la enseñanza de las Matemáticas a partir de la que recibe un niño de seis años procede, desde una perspectiva no lejana, de la Universidad. Los profesores de Educación Primaria han recibido su formación inicial en las Escuelas Universitarias de Magisterio, cuyos profesores proceden todos de la Universidad.

Puede decirse que las Facultades de Ciencias Matemáticas, consideradas en su conjunto y a nivel institucional, están despreocupadas por la investigación didáctica. Existe solamente en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense, una especialidad de Metodología y Didáctica de la Matemática.

Hasta hace pocos años, la didáctica de las matemáticas no se ha admitido como disciplina científica susceptible de ser materia de doctorado en Matemáticas. Por ello, las investigaciones realizadas hasta ahora sobre didáctica de las Matemáticas con ánimo de elaborar una tesis, se han defendido en Facultades de Ciencias de la Educación. Nos parece grave que las Facultades de Matemáticas se inhiban de la preocupación por su enseñanza. Compartimos plenamente la opinión de Brousseau de que debe darse «*un control de la didáctica de las matemáticas por los matemáticos, no porque sean los más capaces ni los más interesados, sino porque son los primeros en deber y poder asumir la responsabilidad de la vigilancia epistemológica necesaria*».¹¹

La dificultad para la realización de tesis doctorales ha quedado superada con la estructura departamental de la Universidad que trajo consigo la L.R.U., ya que cada Departamento tiene entre sus competencias la organización de programas de Doctorado. De este modo se ha

10. «Aportaciones al debate sobre las Matemáticas en los 90». Simposio de Valencia, 1987. Mestrl Libros. Valencia 1987.

11. Brousseau, G. «Tendances originales des recherches en didactique de mathématique». Actas del Congreso «Enseño da Matematica anos 80», p. 89. Lisboa 1982.

producido el reconocimiento institucional de la investigación en Educación Matemática. De hecho, ya se han leído tesis doctorales realizadas sobre la base de estos programas.

Con anterioridad se habían presentado y aprobado tesis doctorales realizadas por investigadores de este área y sobre problemas relativos a la Educación Matemática, dentro de los programas de otras disciplinas psicopedagógicas o bien mediante un convenio de colaboración con universidades extranjeras.

Citamos algunos pasos importantes en la línea de potenciar la consideración de la investigación en Educación Matemática.

- La celebración del «Symposium on the Need for Research on Mathematical Education» en Octubre de 1987. Concedemos especial importancia al hecho de que fuera organizado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y de que estuviera centrado en la investigación en Educación Matemática.
- La realización de un Tercer Ciclo sobre Didáctica de las Matemáticas, organizado por el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada.

La justificación al programa presentado para su aprobación al Rectorado, concluye así:

«La puesta en marcha de este Proyecto de Estudios del Tercer Ciclo, que presentamos para su aprobación a la Comisión del Doctorado, es considerada por nuestro Consejo de Departamento como un objetivo prioritario, ya que ello hará posible encauzar las tareas de investigación llevadas a cabo dentro del mismo, así como atender las legítimas aspiraciones de los miembros del Departamento a la consecución del grado académico de Doctor».

- La realización de un «*Magister en Didactica de les mathematiques i de les ciencies*», por el Departamento de le matehmatiques i de les Ciencies experimentales de la Universidad Autònoma de Barcelona.
- La lectura de dos tesis doctorales en 1989 sobre Didáctica de las Matemáticas en la Facultad de Ciencias en la Universidad Autònoma de Barcelona y de una tesis doctoral en 1990 en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Los citamos a título de pioneros en un campo que va extendiendo ya su dimensión.
- Estimamos de un gran interés el hecho de que en el

Congreso Internacional del I.M.U. celebrado en Japón en 1990, fuera elegido como Presidente del I.C.M.I. el Profesor español, y compañero en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense, Miguel de Guzmán.

- La celebración del en el año 1994 del VIII I.C.M.E. en Sevilla. Ello trajo consigo una mayor proyección de nuestras investigaciones en un foro internacional.
- La creación en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid del título propio de Experto en Educación Matemática en el curso 1994-95.
- La celebración de las J.A.E.M. (Jornadas sobre el Aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas) cuya VII edición tuvo lugar en Madrid en el año 1993 y su continuación, las VIII J.A.E.M. que tenemos el gusto de estar celebrando en Salamanca.

Para una consideración más detallada y actualizada de esta cuestión, remitimos al excelente estudio realizado por Rico y Sierra en su libro «Educación Matemática e Investigación».¹²

Sugerencias para el desarrollo de la investigación

Actualmente no existen estructuras suficientemente adecuadas para llevar a cabo la investigación en Didáctica de las Matemáticas. Lo realizado hasta ahora se ha efectuado en compartimentos estancos en los distintos niveles de la educación y no existe un cauce para la formación del investigador especialista en educación matemática.

Hemos de reconocer, sin embargo, la estimable labor para la mejora de la enseñanza de las Matemáticas que vienen realizando muchos grupos de trabajo. Entendemos que es la mejor base sobre la que se puede elaborar un plan para el futuro.

Parece claro que la puesta en marcha de verdaderas estructuras de investigación educativa, pasa por un punto central: el establecimiento de la figura del investigador. Ello exige tiempo, dinero y fomentar los trabajos en todos los niveles.

Algunas ideas podrían ser éstas:

En la Universidad y canales adicionales

- La L.R.U., actualmente vigente, concede un gran peso a la figura de los Departamentos en la organización de la Universidad. Ello permite pensar en la conveniencia de crear y potenciar departamentos universitarios de Didáctica de las Matemáticas. El

12. J. Kilpatrick, L. Rico, M. Sierra: «Educación Matemática e Investigación». Editorial Síntesis. 1994.

profesor Howson, con ocasión de su asistencia al Simposio organizado por la Real Academia en Madrid en 1987, hablaba de su experiencia personal como investigador en educación matemática adscrito a un Departamento de Matemáticas, después a otro de Ciencias de la Educación y finalmente a un Departamento de Didáctica de las Matemáticas, donde realmente su investigación encuentra el lugar adecuado.

- Potenciar los cauces creados en la Universidad para poder reunir a profesores en ejercicio que, con la preparación adecuada, puedan participar desde sus clases en proyectos de investigación en Didáctica.
- Diseñar, al estilo de algunas Universidades francesas, como las de París VII, Burdeos I, Grenoble I, Lyon I y Estrasburgo, una diplomatura en Didáctica de las Matemáticas. («Diplôme d'Etudes Approfondies»; en siglas D.E.A.).

Podemos referirnos en esta línea a la creación del Título Propio de «Experto en Educación Matemática» creado en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense, así como el «Máster en Didáctica en la Educación Obligatoria», de carácter más amplio, organizado por el Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (I.E.P.S.) y avalado por la Universidad Carlos III de Madrid.

- Potenciar la actividad investigadora de los Institutos de Ciencias de la Educación (I.C.E.) vinculados a cada Universidad y la de los Centros de Profesores.

Estimamos de una gran importancia la tarea del profesor investigador, esto es, el profesor que reflexiona sobre su propio trabajo, por su proximidad a los problemas reales de la enseñanza y sus deseos de investigar para tratar de mejorar su enseñanza.

Los profesores deben darse cuenta de que su experiencia en el aula les proporciona una gran cantidad de datos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, la capacidad e intereses de los alumnos, las dificultades que aparecen con mayor frecuencia....

La reflexión es la técnica para sacar a la superficie lo que hay almacenado y escrutarlo. El procedimiento es subjetivo y requiere obtener validez mediante observaciones cuidadosas o provocando el comportamiento matemático de los alumnos.

Es de un gran valor que estimulen un espíritu de formación permanente, que les impulse a informarse de las nuevas teorías educativas y mantener frente a ellas una actitud receptiva. Estas nuevas ideas pueden servirles

de orientación para tratar de mejorar su enseñanza. En ocasiones, su experiencia sobre ellas, les animará a adoptarlas y, en cualquier caso, será un acicate para reflexionar y revisar sus propios planteamientos.

El profesor debe explorar lo que se sabe sobre teorías más o menos generales y sobre lo que puede pasar en el aula e intentar aplicar el resultado de esta exploración. Los resultados de este tipo de investigación pueden variar en calidad y aplicabilidad general, pero esta reflexión enriquecerá muy probablemente tanto la enseñanza como la propia estimación profesional del profesor investigador. Y ello es muy importante.

Sería muy deseable cualquier medio que facilitara y potenciar el contacto de estos profesores con los que investigadores profesionales.

Los trabajos de muchos de los profesores que participan en estas jornadas pueden constituir una prueba de la eficacia de estos contactos.

En los casos en que estos profesores se integran en un equipo más amplio, se posibilita el contraste de experiencias, el enriquecimiento mutuo y en ocasiones la creación de un verdadero equipo de investigación que elabore propuestas, materiales para el aula, libros de texto, etc., que puedan constituir una ayuda de mucho interés para la mejora de la enseñanza. La elaboración de estos materiales constituye un modo de poner al alcance de muchos profesores el resultado de estudios didácticos previos, con sus correspondientes componentes epistemológicas, psicológicas, sociológicas..., juntamente con el contacto con profesores-investigadores y con el contraste con sus experiencias en torno a los temas de que se trate.

De hecho, muchos libros de texto, juntamente con todos los materiales organizados para servir de apoyo en las aulas, contribuyen de un modo muy directo al cambio de hábitos de enseñanza, a la apertura de nuevos planteamientos y constituyen un valioso elemento de lo que en expresión de Brousseau podemos llamar «didáctica para la acción». Creemos también que debieran integrarse en la llamada por Kilpatrick «investigación del primer nivel» en la medida en que pueden contribuir muy eficazmente a concretar y poner al alcance de amplios grupos de profesores muchas de las ideas que constituyen los cambios de curricula y los más amplios de los sistemas educativos diseñados por la Administración.

La cuestión clave, que quisiéramos dejar abierta después de esta reflexión es:

¿Cómo pueden organizarse equipos de profesores e investigadores para investigar problemas que interesan y conciernen a ambos y qué técnicas son las más ade-