

L'ÉVOLUTION RÉCENTE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE DES MATHÉMATIQUES EN FRANCE: ENTRE PRINCIPES ET RÉALITÉ

Michèle Artigue

Equipe DIDIREM, Université Paris 7
Denis Diderot et IUFM de Reims

I. INTRODUCTION

L'évolution de l'enseignement d'une discipline est un processus complexe qui conjugue des modifications structurelles, des modifications de contenus, des modifications de méthodes. Certaines de ces modifications sont qualifiées de réformes, d'autres apparaissent plutôt comme de simples adaptations, des ajustements dans un cadre global relativement stable et ne semblent pas mériter a priori une telle dénomination. Pour A.Prost (1996):

«pour qu'il y ait réforme, il faut que trois conditions soient simultanément réunies: il faut d'abord un projet de réforme, c'est à dire une volonté explicite, argumentée et assumée de provoquer des changements identifiés. Il faut ensuite que ce projet ait une certaine ampleur...(qui) se mesure autant par rapport aux représentations collectives qu'aux réalités scolaires. Le troisième caractère d'une réforme est, en effet, l'existence d'un débat collectif autour du projet: toute réforme suppose des réformateurs et des adversaires, des partisans et des détracteurs.»

Dans ce qui suit, analysant l'évolution de l'enseignement secondaire des mathématiques depuis un vingtain d'années, nous essaierons de montrer que s'y conjuguent les deux types de mouvements: d'abord une réforme qui mériterait d'ailleurs plutôt le nom de contre-réforme, tant elle se définit par opposition avec la réforme qui l'a précédée: celle des mathématiques modernes, ensuite des ajustements successifs qui, sans remettre en cause les choix globaux de la réforme, vont cependant, par leurs effets cumulatifs, transformer sensiblement l'enseignement des mathématiques en France.

Analyser l'évolution de l'enseignement c'est, comme nous le soulignons au départ, analyser des processus complexes, intégrant des dimensions scientifiques, politiques, économiques, culturelles. C'est analyser le fonctionnement d'un système dynamique complexe, donc chercher à identifier les contraintes qui pèsent sur lui, les forces qui le meuvent, les lois qui le gouvernent. Même

si les marqueurs apparents de l'évolution sont le plus souvent des modifications de programmes, il serait vain de chercher à la comprendre en se limitant à leur étude. Les programmes contraignent sans aucun doute l'enseignement mais ils ne peuvent en aucun cas le déterminer. Les objets de l'enseignement, qu'il s'agisse de contenus ou de méthodes, une fois introduits dans le système d'enseignement, sont dotés d'une vie propre dépendante des conditions écologiques propres à cet environnement. Ils échappent inéluctablement à leurs concepteurs, s'adaptent, se transforment, se déforment, suivant une logique qui n'a que peu de rapports avec celle qui gouverne l'avancée des connaissances savantes dont ils se veulent généralement être le reflet. Ceci a bien été montré par les travaux développés en didactique, à la suite d'Y. Chevallard sur la transposition didactique des savoirs (Chevallard, 1990), (Arsac & al., 1994), des travaux qui visent justement à étudier les processus qui gouvernent la vie des objets d'enseignement, de leur naissance en tant que tels jusqu'à la réalité de leur fonctionnement dans les classes, voire leur disparition.

C'est dans cet esprit que nous allons essayer d'analyser l'évolution de l'enseignement secondaire des mathématiques en France, au cours des vingt dernières années environ. Il ne s'agit pas bien sûr de faire ici une étude exhaustive. Nous voudrions plutôt mettre en évidence un certain nombre de facteurs qui ont gouverné et gouvernent aujourd'hui encore cette évolution, en choisissant pour illustrer notre propos un domaine spécifique: l'analyse et étudier comment, dans la durée, ces facteurs ont façonné l'enseignement. Nous voudrions mettre en évidence un certain nombre de décalages entre des principes de transposition a priori raisonnables et la transposition réelle et soulever, à cette occasion, quelques questions qui dépassent largement le seul domaine pris en exemple et, sans aucun doute même, le seul exemple français.

Dans un premier temps donc, nous pointerons un certain nombre de caractéristiques scientifiques, politiques ou culturelles qui nous semblent essentielles pour comprendre l'évolution; dans un second temps, nous analyserons plus précisément cette évolution dans un domaine particulier: celui de l'enseignement de l'analyse; dans un troisième temps, nous en viendrons à des réflexions plus générales.

II. QUELQUES CARACTERISTIQUES CONTEXTUELLES

II.1. Le rejet de la réforme des mathématiques modernes

La réforme dite des mathématiques modernes entre en vigueur dans l'enseignement au tout début des années 1970. Les formes qu'elle revêt en France sont particulièrement radicales, à la fois au niveau des programmes, avec notamment une introduction axiomatique de la géométrie affine dès la classe de quatrième (élèves de 13-14 ans), mais encore plus au niveau des manuels qui, on le sait, constituent la référence essentielle des enseignants:

«Il y a un écart manifeste entre les contenus des livres utilisés dans les classes et les intentions des réformateurs en ce qui concerne l'abstraction, sa place et son articulation avec la multiplicité des applications nécessaires. Le point de départ d'un nouveau chapitre y est très souvent constitué d'une série de définitions et de notations, qui constituent une introduction aussi générale qu'incompréhensible pour le néophyte. Quant aux exemples et applications, peu nombreux, ils sont relégués en fin de chapitre et ne servent qu'à illustrer rapidement la suite des résultats mathématiques.» (Trabal, 1996, p. 188).

A ceci s'ajoutent des problèmes conjoncturels au niveau de la formation des enseignants de collège qui tendent à accentuer, à ce niveau, les effets pervers de la réforme. Très vite la réaction s'organise au sein de l'association des professeurs de mathématiques (APM) et des instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) nouvellement créés. Elle se traduira par des remaniements dès 1976 et 1978 des programmes de collège, par de nouveaux programmes en 1982 pour le lycée, des programmes marqués par la rupture avec les valeurs de l'ère précédente dans le rapport au théorique et à la formalisation comme dans la place accordée aux structures.

II.2. L'évolution épistémologique

Le rejet des mathématiques dites modernes se double, au niveau épistémologique, d'une mise en cause des mathématiques comme langage universel, comme

science des structures. L'accent est de plus en plus mis sur le fait que les mathématiques constituent une production humaine et que, comme toute production humaine, elle n'a pas valeur universelle mais nécessite pour être analysée et comprise que soient pris en compte les contextes culturels et sociaux de sa production. Le développement des travaux d'histoire et d'épistémologie des mathématiques, notamment au sein des IREM proches du monde enseignant, jouent sans aucun doute ici un rôle important dans la diffusion de ces idées (Commission inter-IREM Histoire et Epistémologie des Mathématiques, 1982, 1987, 1993). Ils conduisent aussi à mettre en évidence le rôle essentiel joué par de grands problèmes, internes ou non aux mathématiques, dans l'avancée de cette discipline. La résolution de problèmes tend ainsi à être perçue comme le moteur essentiel de la production mathématique, les valeurs de structuration et d'unification passant au second plan.

II.3. L'existence des IREM

Les IREM, créés dans le sillage de la réforme des mathématiques modernes, passée une première phase centrée sur le «recyclage» des enseignants, vont se constituer en force critique et en force de proposition pour l'enseignement, notamment via leur organisation en réseau national et le travail des commissions interIREM qui structurent ce réseau. On trouve très directement la marque de cette influence dans les programmes des années 80.

La rencontre qu'ils permettent entre universitaires et enseignants du secondaire en fait de plus une niche adaptée au développement de la recherche didactique, une recherche qui, même si elle revendique ses ambitions théoriques, ne peut oublier de ce fait la réalité du terrain de la classe. Ceci favorisera sans aucun doute le développement d'une approche du champ didactique qui, dès le départ, essaie de ne pas se réduire à une approche cognitive mais prend en compte la complexité des rapports entre enseignement et apprentissage (Artigue & al, 1994), via notamment la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986), et la théorie de la transposition didactique déjà citée.

II.4. La massification de l'enseignement secondaire

L'évolution sera aussi marquée par l'unification de l'enseignement au niveau collège (réforme Haby de 1978) puis, dans les années 80, par la massification de l'enseignement au niveau lycée. Du fait d'une volonté politique clairement affichée à travers le slogan: «80% d'une classe d'âge au niveau du baccalauréat», on va passer en une dizaine d'années d'un pourcentage de 30% d'une classe d'âge au niveau du baccalauréat à un pourcentage de 65%, ceci s'accompagnant bien sûr d'une

modification des systèmes d'orientation au niveau du collège comme du lycée. Même si cet accroissement massif du nombre des bacheliers se traduit surtout par une augmentation du nombre de bacheliers titulaires d'un baccalauréat technologique, c'est l'équilibre de tout un système qui est remis en cause.

II.5. Le refus de la sélection par les mathématiques

Dès la fin des années 70, les mathématiques sont perçues comme l'outil de sélection, rôle dans lequel elles auraient remplacé le latin. Même si les études précises menées montrent que la sélection se fait à jeu égal en mathématiques et en français et davantage sur le français que les mathématiques au collège, la série C, série scientifique mathématique-physique a pris en fait le statut de filière d'excellence quelles que soient les études que l'on veut entreprendre par la suite. Pour casser cette hégémonie, le pouvoir politique limitera d'abord la séparation entre les filières scientifiques générales C et D à la classe de terminale, en introduisant les classes de première S. La dernière réforme en date, qui entrera en vigueur en première en 1993-94 et en terminale l'année suivante, supprimera cette séparation en limitant à trois les filières générales: la filière littéraire L, la filière économique et sociale ES et la filière scientifique S. Cette réorganisation s'accompagnera de la mise en place en terminale d'enseignements de spécialité au choix de l'élève, et d'un savant découpage de l'ancien programme de terminale C entre le tronc commun de la filière S (6 heures) et la spécialité de mathématiques (2 heures), puisque, pour d'obscures raisons, les thèmes travaillés en spécialité sont nécessairement aussi présents dans le tronc commun. Sachant que tous les élèves d'une même classe ne suivent bien sûr pas nécessairement la spécialité mathématique, que le professeur de tronc commun n'est pas nécessairement celui qui assure cet enseignement, on comprendra sans mal les perturbations dans le fonctionnement du système engendrées par ces derniers changements (cf. la déclaration commune de l'APMEP, la SMAI, la SMF et l'UPS sur l'enseignement de spécialité, publiée dans le bulletin APMEP n°408 en 1997).

Ce refus d'une sélection réelle ou supposée par les mathématiques se double en fait de la volonté affichée par la noosphère de surmonter les représentations culturelles traditionnelles des mathématiques comme science réservée à un petit nombre d'élus et de promouvoir des mathématiques accessibles à tous. Soulignons cependant que cette volonté était déjà présente en fait chez les promoteurs de la réforme des mathématiques modernes, qui voyaient dans l'enseignement ensembliste, dans l'enseignement précoce de structures générales, un moyen de démocratiser les

mathématiques.

II.6. L'influence constructiviste

Les années 80 voient la montée en puissance de théories constructivistes de l'apprentissage, inspirées des théories Piagétienne et y puisant en quelque sorte leur légitimité, même si elles prennent assez vite leurs distances par rapport à certains aspects de la théorie Piagétienne, la notion de stade notamment. De ces théories de l'apprentissage vont découler des principes d'enseignement s'affirmant en rupture avec les principes dominants. Aux pédagogies de transmission des savoirs vont s'opposer des pédagogies de construction des connaissances, centrées sur l'élève et son activité, vue comme source et critère du savoir. Ces principes se reflètent dans les instructions et commentaires qui accompagnent les programmes. De la sixième à la terminale, ils s'efforcent de déplacer le centre du dispositif didactique du discours de l'enseignant à l'activité de l'élève comme le montrent clairement les extraits suivants du programme des première et terminale scientifiques, reproduits dans les diverses versions depuis 1985. Sous le titre: organisation de l'enseignement et travail des élèves, on trouve ainsi:

«Deux objectifs essentiels sont à poursuivre:

- *Entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes: la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de synthèse dégageant clairement quelques idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée,*
- *Développer les capacités de communication: qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes, mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement). Dans cette perspective, la résolution de problèmes et l'étude de situations occupent une part importante du temps de travail. En particulier, il convient d'articuler la mise en place de contenus nouveaux avec l'étude de situations assez riches, qui peuvent, selon les questions étudiées, servir de motivation, fournir des secteurs d'intervention, ou constituer le support même pour cette mise en place. La synthèse, qui constitue le cours proprement dit, est indispensable mais doit être brève: elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.»*

En fait, si les programmes prônent une forme d'enseignement centrée sur l'élève, bouleversant les équilibres établis au sein de la classe, il faut aussi souligner qu'ils donnent peu de moyens au praticien pour comprendre

ce qu'est réellement une activité, en quoi elle se différencie ou non des formes usuelles utilisées (exercices, problèmes), quelles peuvent être ses fonctions exactes, ainsi que pour penser efficacement l'articulation du travail de l'élève et de celui de l'enseignant, pour gérer les problèmes d'institutionnalisation de la connaissance. C'est via les manuels que va s'installer progressivement cette culture nouvelle et force est de constater que les objets que ces derniers fournissent sont généralement loin d'obéir aux critères d'une conception constructiviste de l'apprentissage.

II.7. Une évaluation terminale inchangée

Il faut enfin souligner que ces changements ne s'accompliront pas d'une évolution substantielle du baccalauréat dont l'épreuve de mathématiques continue d'être structurée autour de deux exercices notés sur 8 points et d'un problème noté sur 12 points, un des exercices étant différencié depuis la dernière réforme pour prendre en compte le choix ou non par l'élève de l'enseignement de spécialité mathématique. Comme le souligne l'ex-doyen de l'inspection générale P.Legrand (Legrand, 1995), ce type d'épreuve qui semble devenu assez spécifique à notre pays a le défaut d'habituer l'élève:

«à être constamment tenu par la main, à aller plus souvent du connu au connu («Montrer que», «Justifier», «Etablir que») que du connu à l'inconnu («Trouver», «Calculer», «Déterminer»)».

Nombreux sont ceux qui s'insurgent contre le bachotage que ces sujets induisent, en contradiction totale avec l'esprit des programmes, notamment au sein des IREM et de l'APMEP, mais pour l'instant sans succès.

III. L'EVOLUTION DE L'ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE

III.1. La contre-réforme de 1982

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, cette évolution de l'enseignement de l'analyse est d'abord marquée par la contre-réforme des années 80. Cette dimension de rupture est clairement affirmée dans le document publié en 1981 par la commission interIREM Analyse qui inspirera de façon très directe les choix effectués dans les nouveaux programmes de 1982. Ainsi, D.Lazet et J.L.Ovaert dénoncent-ils dans ce document sous le titre: «Pour une nouvelle approche de l'enseignement de l'analyse»:

- l'introduction des notions de base sans problématique sous-jacente ou avec une problématique très élaborée mathématiquement mais «loin» de l'élève,

- l'emploi trop précoce d'un langage formalisé souvent hermétique,
- un enseignement trop centré sur le discours du maître,
- une construction linéaire des concepts, non rapportée à la résolution de problèmes,
- une prédominance trop grande du qualitatif sur le quantitatif,
- un intérêt trop précoce pour le pathologique.

Les propositions faites, où se sentent bien l'influence des caractéristiques contextuelles mentionnées plus haut, visent en particulier:

- A modifier les rapports entre théorie et applications et à construire un enseignement plus respectueux de l'épistémologie du champ:

«Il faut organiser l'enseignement de l'analyse autour de quelques grands problèmes conduisant à des situations riches et liées aux autres disciplines»

- A promouvoir une approche constructiviste:

«Il faut amener l'élève à agir, à construire lui-même son univers mathématique —certes en toute modestie— mais au contact des grands problèmes des sciences mathématiques»

A rééquilibrer le quantitatif et le qualitatif:

«L'approfondissement de ces deux aspects doit aller de pair - les activités numériques, la recherche et l'exploitation d'algorithmes sont pédagogiquement très efficaces. Dans cette perspective, l'usage des calculatrices (et éventuellement des microordinateurs) sera précieux à plusieurs titres...»

mais aussi:

«En analyse, le qualitatif ne peut en général être bien compris qu'à travers une pratique suffisante du quantitatif»,

une pratique qui met en jeu les techniques de majoration, d'encadrement, de comparaison à des suites et fonctions de référence, qui sont au cœur de l'analyse et que les élèves doivent rencontrer dès la phase d'initiation.

- A théoriser enfin le seul nécessaire, en s'appuyant sur des niveaux de formalisation accessibles aux élèves.

Les programmes de 1982 reflètent très directement ces

conceptions. Ceci se traduit notamment par:

- La place du registre de l'approximation, marquée dès la classe de seconde, un an donc avant le début de l'enseignement officiel de l'analyse:

En témoignent les thèmes de travail suivants:

- « 1. Majoration, minoration d'une fonction sur un intervalle.
2. Recherches de maxima, de minima, associés à des problèmes élémentaires d'optimisation.
3. Taux de variation: encadrement de ce taux; inégalités du type $|f(y)-f(x)| \leq |y-x|$ pour tous x, y ; interprétation géométrique.
4. Emploi des variations d'une fonction pour l'étude d'équations $f(x)=b$ et d'inéquations. »

et les commentaires qui les accompagnent:

« Il convient de consacrer de nombreuses activités réparties sur toute l'année aux concepts fondamentaux en analyse, de majoration, minoration, encadrement... Par ailleurs, ces activités habituent l'élève à la mise en forme de conditions suffisantes. »

- L'importance accordée à l'exploration, notamment numérique, quantitative, à l'aide de calculatrices (calculatrices qui deviennent dès cette époque obligatoires au lycée) de cas typiques simples en préalable à l'introduction de définitions qualitatives générales.

L'introduction des notions clefs: limite, dérivée... obéit ainsi à la stratégie suivante:

1. Exploration de comportement simples et typiques, numériquement et graphiquement
2. Exploitation de ces explorations pour produire des définitions quantitatives adaptées à ces cas les plus simples (par exemple, on se limite pour introduire la limite 0 en 0 dans un premier temps à des fonctions admettant des majorations de la forme:

$|f(x)| \leq M|x|$, pour la dérivation à des fonctions permettant des majorations de l'écart $|f(x+h)-f(x)-f'(x)h|$ en $M|h^2|$) et travail avec ces premières définitions et objets,

3. Introduction de cas plus complexes pour motiver le besoin de définitions qualitatives générales.

La limitation de la théorie et de la formalisation:

Une seule définition formelle en (e,h) ou (e,N) est introduite, pour la limite en 0 et les programmes précisent:

« Il suffit ensuite sans manquer à la rigueur, d'employer

des majorations et de recourir aux théorèmes admis de stabilité. Encore faut-il qu'à travers l'étude de nombreuses situations, on accède progressivement aux motivations de la définition en (e,h) de la limite en 0; on évitera l'emploi systématique de cette formulation au niveau du cours comme à celui des exercices. »

De même, la dérivée n'est plus introduite comme dans les programmes précédents en termes d'application linéaire tangente mais l'idée d'approximation reste centrale via la notion de développement limité:

« Développement limité à l'ordre un; nombre dérivé, interprétation cinématique (vitesse) et géométrie (tangente); fonction dérivable sur un intervalle »

En terminale, la théorie de l'intégrale de Riemann, introduite dans la réforme précédente disparaît. En revanche, on voit apparaître conformément à l'esprit des programmes une rubrique « calcul approché d'intégrales » et l'inégalité des accroissements finis, qui sera un outil clef pour l'obtention de majorations, notamment pour l'étude de la vitesse de convergence de suites permettant d'approcher des nombres réels.

- Le bouleversement de l'ordre: limites - continuité - dérivée - primitive:

La continuité n'est plus introduite qu'en terminale, la notion de dérivée, qui contrairement à elle, fournit tout un éventail de problèmes intéressants, même si l'on ne dispose que d'un espace de fonctions réduits, devient l'objet essentiel et la notion de primitive est introduite dès la première pour les fonctions continues « pour permettre d'introduire la fonction logarithme népérien dès le début de la classe de terminale ».

- L'organisation de l'enseignement sur les trois années du lycée autour de quelques grands problèmes au cœur du champ:

Ce sont des problèmes de modélisation de variation discrètes et continues, problèmes d'optimisation, résolution approchée d'équations et approximation de nombres réels, approximation polynomiale de fonctions, et ceci avec des outils conceptuels et techniques en évolution au cours des trois années du lycée.

Il s'agit là, sans aucun doute, d'un programme ambitieux, qui essaie de faire vivre dès les débuts de l'enseignement, le sens de l'analyse comme champ de la variation mais aussi comme champ où l'approximation joue un rôle central, où la gestion des inégalités prend le pas sur celle des égalités, les raisonnements par condition suffisante le pas sur les équivalences. Il s'agit d'or-

ganiser une entrée progressive des élèves dans ce champ au fil du lycée, à la fois sur le plan conceptuel et technique. Dans cette introduction, les liens entre cadres et registres algébrique, numérique et graphique sont pris explicitement en compte et travaillés. L'analyse n'est pas une analyse formelle, elle est approchée de manière intuitive et expérimentale mais il y a la volonté claire de ne pas se limiter à une analyse algébrisée.

III.2. Les ajustements ultérieurs

Les programmes seront modifiés en 1985, 1990 puis 1993. Ces modifications seront présentées comme des ajustements, ne remettant pas en cause l'esprit de la réforme de 1982. Ainsi en 1985:

«Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs et la substance des programmes mis en vigueur en 1982... On a eu le double souci de tenir davantage compte des rythmes d'acquisition des élèves et des difficultés conceptuelles et techniques présentées par certaines notions, et d'ouvrir les sections scientifiques à un plus grand nombre d'élèves pour répondre à une demande sans cesse accrue d'ingénieurs, de techniciens, de chercheurs et d'enseignants.»

Et, en 1990, au niveau seconde:

«Le programme qui suit conserve pour l'essentiel, les objectifs et la substance du programme précédent... Cependant, il était nécessaire d'infléchir le programme pour assurer une bonne continuité avec les nouveaux programmes de collège (mis en vigueur en 1989-90 au niveau de la classe de troisième), qui font davantage appel à l'activité des élèves et sont plus tournés vers la résolution de problèmes et les applications.»

En première S et E et terminales C, D et E en 1991, repris en 1994 pour la section S:

«Pour répondre à l'objectif national de formation d'un plus grand nombre d'ingénieurs, de chercheurs, d'enseignants et de techniciens ayant une formation scientifique solide, on a voulu poursuivre la politique d'ouverture des sections scientifiques, tout en offrant aux élèves une formation mathématique de qualité.»

Pour ce qui concerne plus spécifiquement l'analyse, on trouve en 1985:

«On a voulu s'en tenir à un cadre et un vocabulaire théorique nettement plus modestes mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique de qualité.»

puis:

«En analyse, cette intention s'est traduite par un changement d'approche du concept de limite (convergence d'une suite, limite en un point d'une fonction): les définitions et propriétés générales, difficiles à assimiler et sans portée réelle à ce niveau, ne sont plus au programme. La démarche proposée comporte deux temps: observation de suites et fonctions de référence; traitement de quelques objets par comparaison aux objets de référence.»

Et en 1991:

«Ecarter les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques au bénéfice d'une meilleure solidité sur les points essentiels. Dans cette perspective, le programme s'en tient à un cadre et un vocabulaire théorique modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.»

puis:

«En analyse, le programme combine l'étude des fonctions avec celle des suites. Vu leur importance, les interventions du calcul différentiel et intégral sont largement exploitées ainsi que les problèmes numériques et les représentations graphiques. La formulation du concept de limite est hors programme; l'unique objectif est d'acquiescer une première idée de cette notion et de la faire fonctionner sur quelques exemples simples. L'étude des suites a été allégée en première et en terminale D.»

En 1994, ces deux paragraphes sont intégralement reproduits dans l'exposé des motifs, à l'exception de la dernière phrase.

De fait, en 1985, les fonctions et suites de référence envahissent l'espace puisque c'est à travers elles que vont se formuler dorénavant les notions de limites de fonctions et de suites dans un paragraphe qui s'intitule très modestement: «langage des limites». On ne parle donc plus de notion de limite mais de langage des limites, comme si l'on cherchait à gommer la conceptualisation amorcée. La convergence des suites et fonctions de référence est maintenant admise sur la base d'explorations à la calculatrice, alors que dans les programmes précédents, l'exploration servait uniquement à formuler des conjectures. La définition donnée ensuite de la convergence est une définition par critère suffisant (possibilité de comparer à une fonction de référence) et ne donne donc plus les moyens de gérer les contre-exemples. Enfin l'algèbre des limites disparaît du programme de première, le recours à l'approximation est donc imposé et, du point de vue technique, le théorème dit «des gendarmes», devient l'instrument essentiel. Les nouveaux programmes de terminale sont allégés: disparition notamment des dérivées partielles, des dévelop-

pements limités d'ordre supérieur à 1, du théorème de Rolle et des accroissements finis. Ils se situent en continuité avec ceux de première.

Les difficultés rencontrées à faire vivre cette organisation (Artigue, 1993) conduiront au repli des fonctions et suites de référence sur des positions plus modestes dans la réforme suivante et à une réintroduction de l'algèbre des limites en première, ceci n'étant pas modifié dans la dernière réforme.

Nous vivons donc en France depuis quinze ans aujourd'hui avec un enseignement secondaire de l'analyse dont les principes a priori n'ont pas été remis en cause même si, d'ajustement en ajustement, on note une tendance continue aux allègements de programmes. Au delà des seuls programmes, qu'en est-il de la vie réelle de l'enseignement de l'analyse sur le terrain des classes? Qu'en est-il des ambitions initiales de la contre-réforme? C'est ce que nous voudrions examiner dans le prochain paragraphe, en pointant un certain nombre de réussites mais aussi un certain nombre de difficultés que le long terme progressivement nous révèle.

IV. DES PROGRAMMES A LA REALITE DU TERRAIN

IV.1. Des effets positifs évidents

L'évolution de l'enseignement de l'analyse a eu des effets positifs indéniables:

- L'approche intuitive et expérimentale développée aujourd'hui a contribué à rendre ce champ largement accessible et à permettre donc son adaptation à la massification de l'enseignement au lycée (même si, dans la présentation de l'évolution des programmes, nous nous sommes limitée aux filières générales scientifiques, précisons qu'en France, toutes les filières de niveau baccalauréat comportent un enseignement d'analyse).
- Très tôt, les élèves sont en contact avec d'importants problèmes au coeur de ce champ et, conformément à l'esprit des programmes, les manuels cherchent à donner une réelle importance aux approches numériques et graphiques, tant au niveau au conceptuel que technique.
- L'analyse n'est pas réduite à une analyse algébrique, centrée sur le calcul de dérivées et primitives et leurs applications directes; elle essaie d'intégrer, au delà des questions de variation, la dimension

«approximation» qui est au coeur de ce champ et de faire une place aux problèmes d'ordre quantitatif.

- Les calculatrices programmables, obligatoires théoriquement et, de plus en plus massivement, les calculatrices graphiques sont des outils banalisés des élèves. Elles contribuent sans aucun doute à la viabilité des approches numériques et graphiques.

Pourtant, en dépit de ces résultats positifs, nous sommes loin de penser que nous avons trouvé la voie idéale d'entrée dans le champ de l'analyse. Des problèmes importants n'ont pas été résolus et, au fil du temps, de l'évolution de la culture du système, de nouveaux problèmes émergent. Nous souhaiterions en pointer quelques uns qui renvoient, nous semble-t-il, à des interrogations didactiques plus transversales, dépassant le seul champ de l'analyse et même le seul système éducatif français.

IV.2. Les limites de l'aide apportée actuellement par les technologies informatiques et les problèmes posés par leur intégration à l'enseignement

Comme nous l'avons mentionné antérieurement, les calculatrices graphiques sont très largement répandues en France, notamment dans les filières scientifiques. Le fait que tout type à fonctionnement autonome et ne dépassant pas un format 21 cm 2 15 cm déplié est en principe autorisé aux examens de mathématiques du secondaire n'y est sans doute pas étranger. Mais il faut avouer que cette décision, prise il y a plus de 15 ans pour favoriser l'intégration de ces nouvelles technologies à l'enseignement en jouant sur le rôle rétroactif évident des mécanismes d'évaluation finale, n'a pas eu exactement les effets escomptés. Les élèves ont certes des calculatrices et les utilisent mais, aujourd'hui encore, la majorité des enseignants ne les prend pas réellement en charge. Ils restent plus des instruments du travail privé de l'élève que des instruments de l'activité publique de la classe. En particulier, les enseignants très majoritairement ne prennent pas en charge les apprentissages nécessaires à une gestion efficace et critique des représentations graphiques fournies par les calculatrices. Différents travaux de recherche récents mettent pourtant bien en évidence les limites des rapports que les élèves construisent spontanément au graphisme des calculatrices et le renforcement de conceptions erronées qui peut en résulter (Trouche, 1996). Les calculatrices et autres technologies informatiques peuvent sans aucun doute être des outils efficaces de l'enseignement de l'analyse, encore faut-il que l'on ne les considère pas comme des outils d'usage évident au service d'un enseignement dont les objectifs sont définis sans prendre en compte les transformations qu'ils induisent dans les rapports aux savoirs; encore faut-il que l'on ne considère pas comme

du temps perdu pour les mathématiques le temps passé à développer les apprentissages spécifiques que leur instrumentation efficace requiert (Artigue, 1997).

IV.3. Les difficultés de viabilité de la dimension «approximation» de l'analyse

L'enseignement de l'analyse, comme nous avons essayé de la montrer, essaie, dans les filières générales scientifiques au moins, de ne pas se limiter à une analyse algébrisée, celle à laquelle se sont longtemps limitées les ambitions de l'enseignement secondaire, celle aussi sans aucun doute la plus facile à enseigner car plus facilement algorithmisable et proche des modes de pensée algébriques qui commencent à devenir familiers aux élèves quand ils débutent en analyse. Conscients des difficultés de mise en place des modes de pensée et des techniques de l'approximation, les concepteurs de la réforme de 1982, avaient organisé une progression dans ce domaine qui débutait avant même l'enseignement officiel de l'analyse (cf. les extraits du programme du seconde de 1982 déjà cités).

Les réductions d'horaire et l'évolution même de l'enseignement de l'algèbre au collège (plus d'importance accordée à des activités de modélisation algébrique, moins au développement des techniques algébriques), la moindre sélection à l'entrée dans les filières scientifiques, font que les compétences nécessaires au travail technique de l'approximation (manipulation d'inégalités, de valeurs absolues, évaluation rapide d'ordres de grandeur...) ne sont pas encore disponibles quand le travail correspondant doit s'engager. Face à ces problèmes, il devient de plus en plus difficile de maintenir une niche écologique viable pour le champ de l'approximation et l'on note une tendance certaine à revenir à une analyse qui, tout en ne se limitant pas dans ses cadres de fonctionnement et registres sémiotiques à l'algèbre, tend, dans ses problématiques et ses valeurs épistémologiques, à être de plus en plus limitée.

IV.4. Les difficultés de viabilité d'un enseignement organisé autour de problèmes importants et riches

La réforme de 1982 voulait organiser l'enseignement autour des problèmes riches constitutifs du champ de l'analyse, en donnant dans cette structure un rôle central à l'activité de l'élève. Dans une vision utopiste des théories constructivistes, l'enseignant allait devenir celui qui d'une part fournit à la classe les bons problèmes, d'autre part synthétise et institutionnalise les constructions conceptuelles et méthodologiques que la recherche des élèves produit. La réalité du terrain a clairement montré les limites d'une modélisation aussi sommaire des rap-

ports entre enseignement et apprentissage, faisant fi des contraintes du temps didactique, des décalages existants entre temps d'enseignement et temps d'apprentissage, du rôle essentiel de médiation de l'enseignant, de la dimension culturelle et institutionnelle des apprentissages scolaires. Mais on a sans aucun doute mis du temps à voir dans les dérives constatées sur le terrain vers de pseudo-activités, voire dans l'attachement aux pratiques anciennes, au delà de l'inertie usuelle du système d'enseignement, le signe de difficultés d'adaptation et de viabilité plus fondamentales, à prendre la mesure des savoirs et compétences didactiques à construire pour produire dans la réalité des classes ordinaires des équilibres satisfaisants entre ce qui relève de la responsabilité de l'enseignant et ce qui relève de la responsabilité de l'élève.

La dérive vers des pseudo-activités est aussi caractéristique de l'évolution des manuels, des manuels qui essaient à la fois de respecter les programmes et leur esprit, de composer avec les contraintes de l'enseignement réel et l'évolution des publics, mais aussi de ne pas trop heurter les pratiques dominantes, marché oblige ! Ils proposent ainsi en général, pour un chapitre donné, une succession d'activités introductrices, chacune visant un point particulier et pouvant être conduite dans un temps réduit, des activités dans laquelle l'élève est guidé pas à pas dans ses explorations comme dans les interprétations et conjectures qu'il peut être amené à faire. Ces micro-activités, qui sont censées faire découvrir les différents éléments du savoir à construire, sont suivies d'un cours bref marquant ce qui est à retenir et accordant une place de plus en plus grande aux «méthodes», ce cours étant suivi à son tour de TP d'applications qui parfois aussi continuent le cours ou en prouvent certains résultats, puis d'exercices d'entraînement, de recherche et de problèmes. On ne peut manquer de voir là, au delà de l'effet d'insuffisances théoriques certaines, la force des processus de transposition didactique qui façonnent et conditionnent le curriculum réel, la force des mécanismes d'assimilation qui, dès lors qu'ils demeurent possibles, dans le système éducatif aussi, prennent le pas sur les accommodations visées.

IV.5. Les difficultés résultant du manque de structuration des savoirs

Ces difficultés, encore une fois, ne sont pas apparues d'emblée et il n'y a pas lieu de s'en étonner. Tout réformisme qui se met en place, se met en place dans une culture existante et doit composer avec elle. La contre-réforme de 1982 s'est mise en place dans une culture marquée par la théorisation et la structuration des savoirs mathématiques, héritage de la période des mathématiques modernes. Les effets des limitations

introduites par les programmes, en termes de structuration et de formalisation, d'exigences techniques, manifestes dans le caractère négatif de nombreux commentaires, comme en témoigne le commentaire suivant accompagnant en première S et E, le paragraphe consacré aux énoncés usuels sur les limites (programme de 1985):

«Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme, ainsi que l'étude de la limite d'une fonction composée. Leur exploitation systématique pour la recherche de limites est exclue en Première: ils sont introduits dans l'unique but de faciliter l'étude des dérivées et de quelques comportements asymptotiques très simples, tels que ceux indiqués dans les travaux pratiques. En dehors du contexte de la dérivation, toute recherche de limite en un point a de l est hors programme».

ne se sont pas faits sentir immédiatement. Ils marquaient les limites à ne pas dépasser à un système qui dans beaucoup de cas vivait encore, notamment dans les sections scientifiques, avec les ambitions théoriques de l'ancien régime. Quinze ans après il n'en est plus de même, la culture ancienne s'est progressivement éteinte, ces repères négatifs se constituent en obstacles didactiques. Ceci est manifeste une fois de plus dans les manuels (Artigue, 1993). Le statut des objets, des assertions, est flou. Les définitions formelles ont été bannies remplacées par des formulations descriptives en langue naturelle, tout aussi inaccessibles aux élèves et ne permettant pas d'opérationnaliser le contrôle. Les quantificateurs s'y distribuent en partie au début de l'énoncé, en partie à la fin, ce qui n'aide sans doute pas à comprendre le jeu subtil qui les lie. Les théorèmes sont acceptés sur la base de quelques explorations, sans que le statut de cette acception soit clair; ils ne portent pas nécessairement d'ailleurs le nom de théorèmes. A la lecture, on a souvent la désagréable impression que la cohérence induite par les contraintes logiques de la connaissance mathématique s'est évanouie, sans avoir été remplacée

par une autre cohérence. Pour beaucoup de nos élèves, ce qui se développe, au delà de la partie standard, algébrisée de l'analyse, c'est peut-être plus un monde du «bricolage» que le monde mathématique à base expérimentale que nous voulions construire.

V. QUELQUES REMARQUES EN CONCLUSION

Il ne faudrait pas voir dans ce qui précède un discours empreint de pessimisme et de résignation. Nous avons essayé de montrer, à travers cet exposé, comment l'évolution de l'enseignement est un problème complexe qui, sans cesse, nous confronte à de nouvelles données, à de nouvelles exigences, à de nouvelles ambitions de l'enseignement, comment il faut dans ce domaine se garder de toute affirmation péremptoire, de toute solution prétendue miraculeuse, mais avant tout essayer d'analyser la complexité et essayer de la comprendre. Enseigner les techniques élémentaires d'une analyse algébrisée à 20% d'une classe d'âge est sans doute quelque chose que nous savons faire, mais nos ambitions ne sont plus aujourd'hui celles-là. Face à des problèmes sans cesse renouvelés, nous progressons par essais et erreurs. Les choix qui, un temps, semblent conduire à un fonctionnement satisfaisant, ne résistent pas longtemps à l'évolution des conditions sociales de l'enseignement, aux changements culturels qui s'inscrivent dans le long terme, aux attentes sans cesse croissantes de nos sociétés vis à vis de leurs systèmes d'éducation et de formation.

Pourtant, tout aussi indéniablement, face à cette complexité, nous ne sommes plus aujourd'hui de simples acteurs ballotés par le système. Notre compréhension des systèmes, des dynamiques qui les régissent, des régularités qui les traversent augmente et, sans doute aussi avec elle, même si cela nous est moins vite perceptible, nos capacités de régulation et de contrôle au niveau collectif.

REFERENCES:

- Arsac, G., Chevallard, Y., Martinand, J. L., Tiberghien, A. (eds) (1994): *La transposition didactique à l'épreuve*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Artigue, M. (1993): Enseignement de l'analyse et fonctions de référence, *Repères IREM*, vol. 11, 115-139.
- Artigue, M., Gras, R., Laborde, C., Tavnogot, P. (eds) (1994): *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Artigue, M. (1995): La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos, en *Ingeniería didáctica en educación matemática*, P.Gomez (ed.), 97-140, Grupo Editorial Ibero Americano, Mejico.
- Artigue, M. (1996): Réformes et contre-réformes dans l'enseignement de l'analyse au lycée (1902-1994), in *Les sciences au lycée - Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, B. Belhoste, H. Gispert et N. Hulin (eds), 197-217, Ed. Vuibert, Paris.
- Artigue M. (à paraître): Les nouvelles technologies, outils efficaces de l'enseignement ou obstacles à l'apprentissage?, *Bulletin de l'APMEP*.
- Brousseau, G. (1986): Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7.2, 33-116.
- Chevallard, Y. (1990): *La transposition didactique*, La Pensée Sauvage, Grenoble (première édition: 1985).
- Commission interIREM Analyse (ed) (1981): *L'enseignement de l'analyse*, IREM de Lyon.
- Commission interIREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques (ed) (1982): *La rigueur et le calcul*, Cedic-Nathan, Paris.
- Commission interIREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques (ed) (1987): *Mathématiques au fil des âges. Textes choisis et commentés*. Gauthier Villars, Paris.
- Commission interIREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques (ed) (1993): *Histoire de problèmes, Histoire de mathématiques*, Ellipses, Paris.
- Legrand, P. (1995): Les mathématiques dans les baccalauréats généraux de quelques pays, *Bulletin de l'APMEP* n°400, 818-830.
- Prost, A; (1994): Comment faire l'histoire des réformes de l'enseignement?, in *Les sciences au lycée - Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, B.Belhoste, H.Gispert et N.Hulin (eds), 15-26, Ed. Vuibert, Paris.
- Trabal, P. (1996): La réforme des mathématiques modernes, discours, polémiques et réalités, in *Les sciences au lycée - Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, B.Belhoste, H.Gispert et N.Hulin (eds), 179-194, Ed. Vuibert, Paris.
- Trouche, L. (1996): *A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans un «environnement calculatrice»: étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation*, Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2.